المملكة العربية السعودية
وزارة التعليم
إدارة الإشراف التربوي بجدة
قسم الرياضيات

الاختبار التحصيلي

لعام ١٤٣٨ ـ١٤٣٩ هـ

إعداد
أ. سامية الغامدي
أ. أمل القثامي
أ. سلمى بايزيد
أ.نهاية أبو شهلا
مراجعة
أ. عائشة محمد الغامدي
أ. فوزية زيد الشريف

الاختبارات التحصيلية

- للتخصصات العلمية
- للتخصصات النظرية

الاختبارات التحصيلية للتخصصات العلمية

الطلاب الذي يشملهم الاختبار:

يشمل الاختبار خريجي الثانوية العامة والراغبين في الالتحاق بكليات الجامعة بما فيها الكليات الصحية.

طبيعة الاختبار:

تركز أسئلة أقسام التحصيل الدراسي على المفاهيم العامة في مواد القسم العلمي :

١. الأحياء
٢. الكيمياء
٣. الفيزياء
٤. الرياضيات

ملحوظة: تشمل أسئلة التحصيل الدراسي المقررات المذكورة في الصفوف الثانوية الثلاثة .

طبيعة أسئلة التحصيل الدراسي:

تتفاوت الأسئلة في أقسام التحصيل الدراسي من حيث طبيعة تركيزها على المستويات المعرفية. فهناك عدد من الأسئلة يتطلب الإجابة عنها الفهم، وآخر يتطلب التطبيق، وثالث يتطلب الاستنتاج ... وهكذا.

تغطي الأسئلة صفوف المرحلة الثانوية الثلاثة بالنسب الآتية:

٢٠% للصف الأول
٣٠% للصف الثاني
٥٠% للصف الثالث

وتتوزع الأسئلة بنسب متساوية على مواد : الأحياء، الكيمياء، الفيزياء، الرياضيات.

طريقة الإجابة عن الأسئلة:

جميع أسئلة الاختبار من نوع الاختيار المتعدد (أ، ب، ج، د)، وينبغي على الطالب أن يظلِّل دائرة الحرف المقابل للإجابة الصحيحة لكل سؤال في ورقة الإجابة بقلم رصاص من نوع HB-2. وستوزع أقلام الرصاص في قاعة الاختبار، ويفضل أن يحضر الطالب معه قلم رصاص من نوع HB-2 وممحاة.

ملحوظة: بما أن الأسئلة تتضمن أرقاما سهلة، فإنه لا يسمح باستعمال الآلة الحاسبة، أو أي آلة تعمل عمل الآلة الحاسبة.

مدة الاختبار:

يتوقع أن يستغرق الاختبار حوالى ثلاث (٣) ساعات منها حوالى ساعة واحدة للإجراءات والتعليمات وتعبئة معلومات الطالب في ورقة الإجابة، وهذا كله قبل بدء الاختبار. ويتبقى للاختبار حوالي (٢) ساعتين مقسمة على (٥) أقسام، لكل قسم (٢٥) دقيقة. وعلى الطالب أن يلتزم التزاما دقيقا بالوقت المخصص لحل أسئلة كل قسم.

النتـــائج :

بعد انتهاء الاختبار في جميع المدن سَتُصحّح الإجابات وتُحلَّل، وكذلك يُنَفّذ تصحيح معلومات الطلاب وتُدقّق مركزيًّا بمقر المركز بالرياض. ويتوقع أن تستغرق عملية التصحيح حوالي ثلاثة أسابيع من يوم انتهاء الاختبار. وتعلن النتائج حال انتهاء عملية التصحيح.

- ستزود الجامعات والكليات التي تشترط الاختبار بالنتائج إلكترونيا.

قياس

المركز الوطني للقياس

National Center for Assessment

جدول مواعيد الاختبارات

المفاهيم العلمية

اختبار التحصيل الدراسي

يحتوي هذا القسم على مجموعة من المفاهيم العلمية المتعلقة باختبار التحصيل الدراسي، التي تغطي كلاً من المواد الدراسية الآتية:

الرياضيات، الكيمياء، الأحياء، الفيزياء

حيث جمعت ونقحت وصممت بصورة جذابة وبطريقة تفاعلية، في مدة لا تزيد على خمس ساعات من التعلم الالكتروني، والتدريب التفاعلي، مع تسجيل صوتي للمادة.

تنبيه: المحتوى العلمي للمفاهيم لايغطي جميع المادة الدراسية، ولايغني عن المقرر الدراسي.

المفاهيم العلمية

جدول مواعيد الاختبارات

الأمثلة التدريبية

اختبار التحصيل الدراسي

يحتوي هذا القسم على نماذج تدريبية تفاعلية متعلقة باختبار التحصيل الدراسي، التي تغطي تقريبا كلاًّ من المواد الدراسية الآتية :

الرياضيات، الكيمياء، الأحياء، الفيزياء

في أربعة نماذج محتوية على 400 مثال بواقع 100 مثال في كل نموذج . مع تغذية راجعة تقدم بعد الإجابة عن كل مثال.

"نسخة تجريبية"

المحتوى تحت التطوير

الجدول الزمني :

نوع الاختبار | الاختبار لتحصيلي (علمي) ▼

عرض

الفترة	نوع الاختبار	اللغة	الجنس	فترة التسجيل المبكر		فترة الاختبار	
				من	الى	من	الى
الفترة الأولى	ورقي	العربية	ذكور	1439 / 5 / 18	1439 / 6 / 23	1439 / 8 / 5	1439 / 8 / 7
الفترة الثانية	ورقي	العربية	ذكور	1439 / 5 / 18	1439 / 7 / 22	1439 / 9 / 4	1439 / 9 / 7
الفترة الأولى	ورقي	العربية	إناث	1439 / 5 / 25	1439 / 6 / 23	1439 / 8 / 5	1439 / 8 / 9
الفترة الثانية	ورقي	العربية	إناث	1439 / 5 / 25	1439 / 7 / 22	1439 / 9 / 4	1439 / 9 / 9

مراجع مفيدة للتدريب :

منصة فهد البابطين التعليمية

منصة نون التعليمية
WWW.QIY.AS

مقرر رياضيات (١)

الفصل (١) التبرير والبرهان

١-١ التبرير الاستقرائي والتخمين

النمط : استقراء لبعض المعلومات التي تستمر على نفس الوتيرة لتخمين ما يأتي بعدها .

التخمين : التبرير الاستقرائي هو تبرير تستعمل فيه أمثلة محددة للوصول إلى نتيجة .

أنواع التخمين : جبري وهندسي .

المثال المضاد : لإثبات عدم صحة التخمين ، يكفي تقديم مثال واحد معاكس للتخمين . وقد يكون عددًا أو رسمًا أو عبارة .

١-٢ المنطق

العبارة : جملة خبرية لها حالتان فقط إما أن تكون صائبة (T) أو تكون خاطئة (F) ولا تحتمل أي حالة أخرى .يرمز لها بالرموز P, q , r .

نفي العبارة : إذا كان رمز عبارة ما p فان رمز نفيها p~ (و تقرأ نفي p)

مقرر رياضيات (١)

عبارة الفصل : رمزها pvq و تكون خاطئة (F) عندما p,q خاطئتان معا ، و صائبة فيما عدا ذلك

عبارة الوصل : رمزها p^q ، و تكون صائبة (T) و عندما p, q صائبتان معا ، و خاطئة فيما عدا ذلك

٣-١ العبارات الشرطية

العبارة الشرطية :رمزها $q \rightarrow p$ و نقرأها إذا كان p فان q، و تكون خاطئة في حالة واحده فقط إذا كان الفرض صائبا و النتيجة خاطئة ، و صائبة في ما عدا ذلك .

p	q	P ^ q	P v q	P →q
T	T	T	T	T
T	F	F	T	F
F	T	F	T	T
F	F	F	F	T

مقرر رياضيات (١)

العبارات الشرطية المرتبطة :

العبارة	مكوناتها
الشرطية	فرض معطى و نتيجة
العكس	تبديل الفرض و النتيجة
المعكوس	نفي كل من الفرض و النتيجة
المعاكس الايجابي	نفي كل من الفرض و النتيجة في عكس العبارة الشرطية .

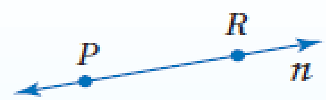
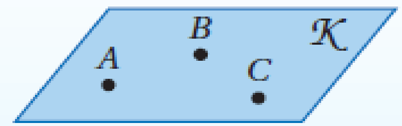
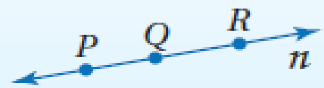
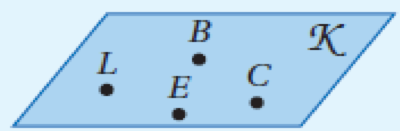
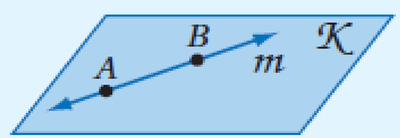
العبارات المنطقية المتكافئة :

- العبارة الشرطية ومعاكسها الإيجابي متكافئان منطقيًا.
- عكس العبارة الشرطية ومعكوسها متكافئان منطقيًا.
- $\sim(p \wedge q)$ تكافئ منطقيًا $\sim p \vee \sim q$
- $\sim(p \vee q)$ تكافئ منطقيًا $\sim p \wedge \sim q$

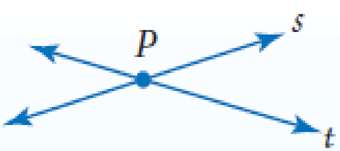
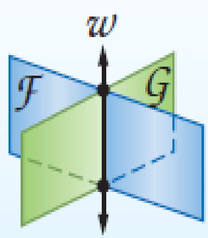
مقرر رياضيات (١)

مسلمات ونظريات :

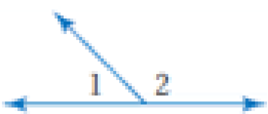
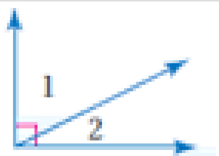
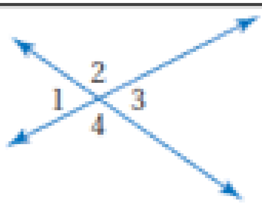
النقاط والمستقيمات والمستويات

أيُّ نقطتين يمر بهما مستقيم واحد فقط.	
أيُّ ثلاث نقاط لا تقع على استقامة واحدة يمر بها مستوى واحد فقط.	
كل مستقيم يحوي نقطتين على الأقل.	
كل مستوى يحوي ثلاث نقاط على الأقل ليست على استقامة واحدة.	
إذا وقعت نقطتان في مستوى، فإن المستقيم الوحيد المار بهما يقع كليًا في ذلك المستوى.	

تقاطع المستقيمات والمستويات

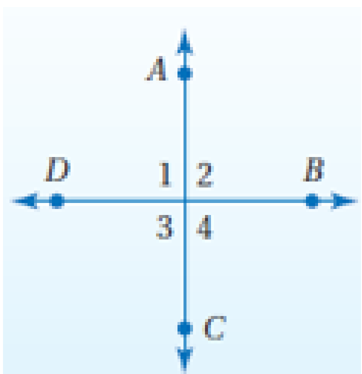
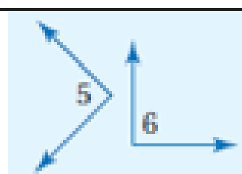
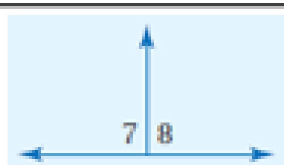
إذا تقاطع مستقيمان، فإنهما يتقاطعان في نقطة واحدة فقط.	
إذا تقاطع مستويان، فإن تقاطعهما يكون مستقيمًا.	

مقرر رياضيات (١)

النظرية	المفهوم	النموذج
نظرية نقطة المنتصف	إذا كانت M نقطة منتصف $\overline{AB}$ ، فإن $\overline{AM} \cong \overline{MB}$.	
نظرية الزاويتين المتكاملتين	إذا شكَل الضلعان غير المشتركين لزاويتين متجاورتين زاوية قائمة، فإن الزاويتين تكونان متتامتين.	
نظرية الزاويتين المتتامتين	إذا كانت الزاويتان متجاورتين على مستقيم، فإنهما متكاملتان.	
نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس	الزاويتان المتقابلتان بالرأس متطابقتان.	

مقرر رياضيات (١)

نظريات الزاوية القائمة

النظرية	مثال
يتقاطع المستقيمان المتعامدان ويكونان أربع زوايا قائمة	
جميع الزوايا القائمة متطابقة	
المستقيمان المتعامدان يكونان زوايا متجاورة متطابقة	
إذا كانت الزاويتان متكاملتين ومتطابقتين ، فإنهما قائمتان	
إذا تجاورت زاويتان على مستقيم ، وكانتا متطابقتين ، فإنهما قائمتان	

مقرر رياضيات (١)

خصائص الأعداد الحقيقية

الخصائص الآتية صحيحة لأي ثلاثة أعداد حقيقية a, b, c

خاصية الجمع للمساواة	إذا كان $a = b$، فإن $a + c = b + c$.
خاصية الطرح للمساواة	إذا كان $a = b$، فإن $a - c = b - c$.
خاصية الضرب للمساواة	إذا كان $a = b$، فإن $a \cdot c = b \cdot c$.
خاصية القسمة للمساواة	إذا كان $a = b$ و $c \neq 0$، فإن $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$.
خاصية الانعكاس للمساواة	$a = a$
خاصية التماثل للمساواة	إذا كان $a = b$، فإن $b = a$.
خاصية التعدي للمساواة	إذا كان $a = b$ و $b = c$، فإن $a = c$.
خاصية التعويض للمساواة	إذا كان $a = b$ ، فإنه يمكننا أن نضع b مكان a في أي معادلة أو عبارة جبرية تحتوي على a
خاصية التوزيع	$a(b + c)= ab + ac$

مقرر رياضيات (١)

خصائص الجبر في إثبات العلاقات
بين القطع المستقيمة والزوايا :

الخاصية	القطع المستقيمة	الزوايا
الانعكاس	$AB = AB$	$m\angle 1 = m\angle 1$
التماثل	إذا كان $AB = CD$ ، فإن $CD = AB$.	إذا كان $m\angle 1 = m\angle 2$ ، فإن $m\angle 2 = m\angle 1$.
التعدي	إذا كانت $AB = CD$ ، و $CD = EF$ ، فإن $AB = EF$.	إذا كان $m\angle 1 = m\angle 2$ ، و $m\angle 2 = m\angle 3$، فإن $m\angle 1 = m\angle 3$.

خصائص تطابق القطع
المستقيمة والزوايا :

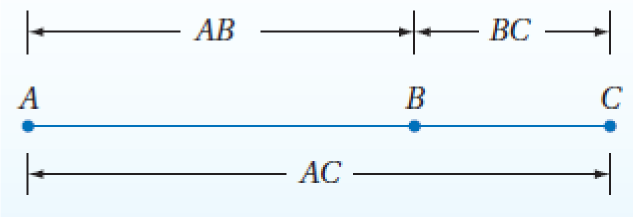
خاصية الانعكاس للتطابق	$\overline{AB} \cong \overline{AB}$
خاصية التماثل للتطابق	إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ ، فإن $\overline{CD} \cong \overline{AB}$
خاصية التعدي للتطابق	إذا كان $\overline{CD} \cong \overline{EF}$, $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ ، فإن $\overline{AB} \cong \overline{EF}$

خاصية الانعكاس للتطابق	$\angle 1 \cong \angle 1$
خاصية التماثل للتطابق	إذا كانت $\angle 2 \cong \angle 1$، فإن $\angle 1 \cong \angle 2$.
خاصية التعدي للتطابق	إذا كانت $\angle 2 \cong \angle 1$ ، وكانت $\angle 3 \cong \angle 2$، فإن $\angle 3 \cong \angle 1$.

مقرر رياضيات (١)

مسلَمة جمع أطوال القطع المستقيمة

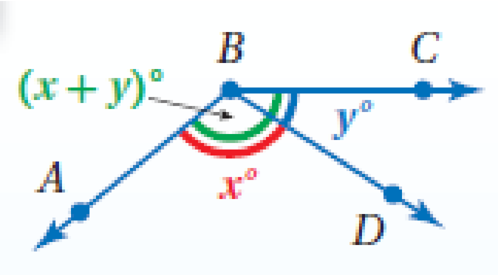
إذا علمت أن النقاط A, B, C على استقامة واحدة، فإن النقطة B تقع بين A و C إذا كان $AB + BC = AC$ والعكس.



مسلمة جمع قياسات الزوايا

تقع النقطة D داخل $\angle ABC$ إذا وفقط إذا كان

$$m\angle ABD + m\angle DBC = m\angle ABC$$

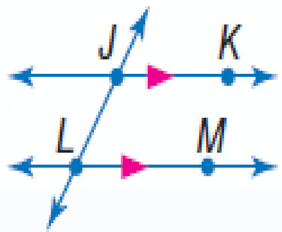


مقرر رياضيات (١)

العلاقات بين المستقيمات والمستويات:

المستقيمان المتوازيان هما مستقيمان لا يتقاطعان أبدًا ويقعان في المستوى نفسه.

مثال: $\overleftrightarrow{JK} \parallel \overleftrightarrow{LM}$

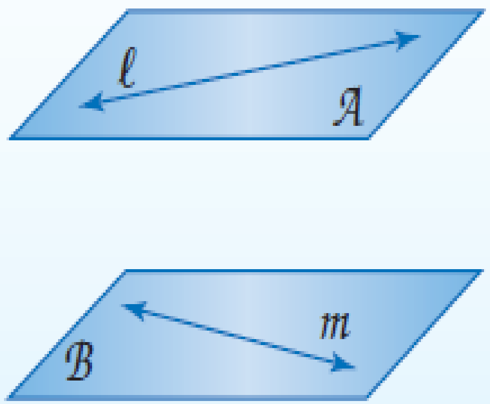


المستقيمان المتخالفان هما مستقيمان لا يتقاطعان، ولا يقعان في المستوى نفسه.

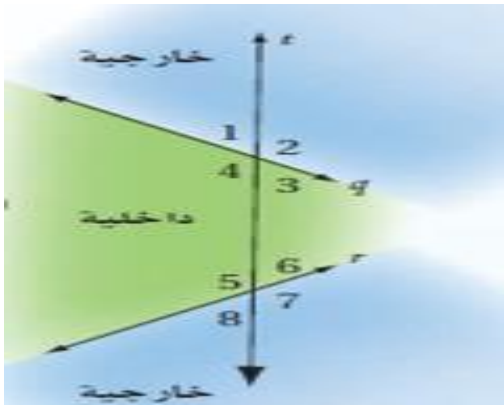
مثال: المستقيمان ℓ, m متخالفان.

المستويان المتوازيان هما مستويان غير متقاطعين.

مثال: المستويان $\mathcal{A}, \mathcal{B}$ متوازيان.

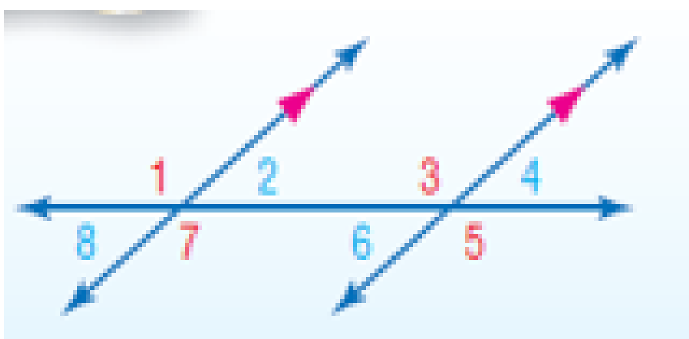


مقرر رياضيات (١)



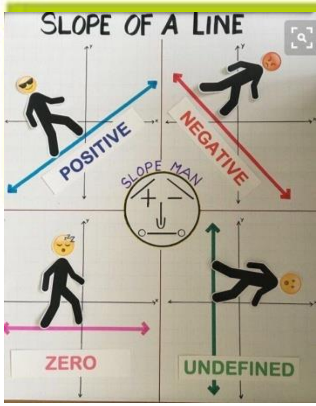
القاطع: (الدرسان 2-1, 2-2)

- عندما يقطع قاطع مستقيمين، ينتج عن التقاطع أزواج من الزوايا المتبادلة خارجيًا أو المتبادلة داخليًا، أو المتحالفة أو المتناظرة.



- إذا قطع قاطع مستقيمين متوازيين فإن:
  - كل زاويتين متناظرتين متطابقتان.
  - كل زاويتين متبادلتين داخليًا متطابقتان.
  - كل زاويتين متحالفتين متكاملتان.
  - كل زاويتين متبادلتين خارجيًا متطابقتان.

مقرر رياضيات (١)



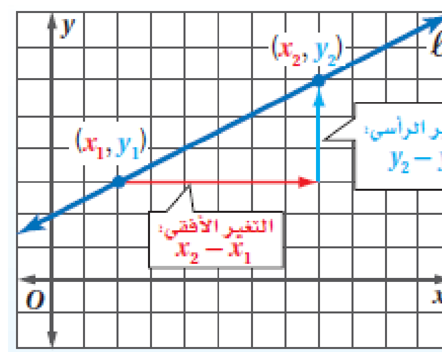
ميل المستقيم

في المستوى الإحداثي ، ميل المستقيم هو نسبة التغير في الإحداثي y إلى التغير في الإحداثي x بين أي نقطتين عليه.

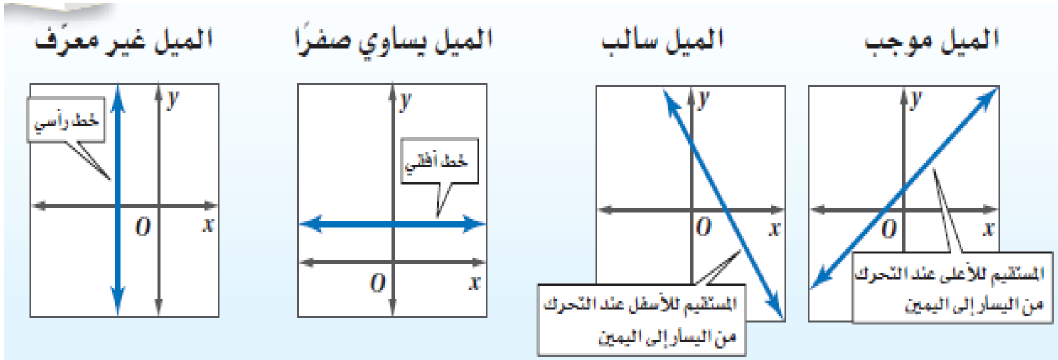
$$\text{الميل} = \frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}}$$

ويعطى الميل m لمستقيم يحوي نقطتين إحداثياهما (x_1 , y_1) و (x_2 , y_2) بالصيغة:

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ ، حيث $x_1 \neq x_2$.



حالات الميل :



المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتعامدة

ميلا المستقيمين المتوازيين: يكون للمستقيمين غير الرأسيين الميل نفسه إذا وفقط إذا كانا متوازيين. وجميع المستقيمات الرأسية متوازية.

ميلا المستقيمين المتعامدين: يكون المستقيمان غير الرأسيين متعامدين إذا وفقط إذا كان حاصل ضرب ميليهما يساوي -1 والمستقيمات الأفقية والرأسية متعامدة.

مقرر رياضيات (١)

صيغ معادلة المستقيم

صيغة الميل والمقطع لمعادلة المستقيم هي

$y = mx + b$، حيث m ميل المستقيم، و b مقطع المحور y.

صيغة الميل ونقطة لمعادلة المستقيم

هي $y - y_1 = m(x - x_1)$، حيث $(x_1، y_1)$ إحداثيًا

أيَ نقطة على المستقيم، m ميل المستقيم.

معادلات المستقيمات الأفقية أو الرأسية

معادلة المستقيم الأفقي هي $y = b$،

حيث b مقطع المحور y له.

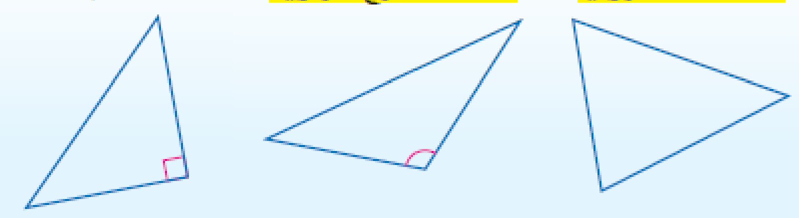
معادلة المستقيم الرأسي هي $x = a$،

حيث a مقطع المحور x له.

مقرر رياضيات (١)

تصنيف المثلثات وفقا لزواياها

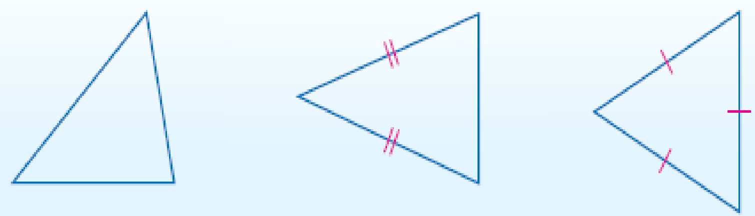
مثلث حاد الزوايا | مثلث منفرج الزاوية | مثلث قائم الزاوية



3 زوايا حادة | إحدى الزوايا منفرجة | إحدى الزوايا قائمة

تصنيف المثلثات وفقًا لأضلاعها

مثلث متطابق الأضلاع | مثلث متطابق الضلعين | مثلث مختلف الأضلاع



3 أضلاع متطابقة | ضلعان على الأقل متطابقان | لا توجد أضلاع متطابقة

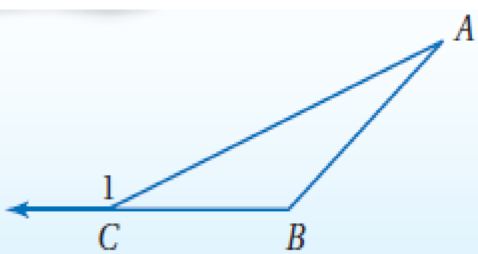
مجموع قياسات زوايا المثلث يساوي $180°$

الزاويتان الحادتان في أي مثلث قائم الزاوية متتامتان.

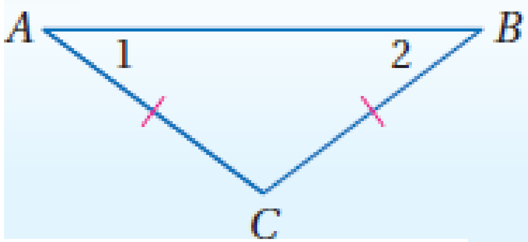
توجد زاوية قائمة واحدة، أو زاوية منفرجة واحدة على الأكثر في أي مثلث.

قياس الزاوية الخارجية في مثلث يساوي مجموع قياسَي الزاويتين الداخليتين البعيدتين.

مثال: $m\angle A + m\angle B = m\angle 1$

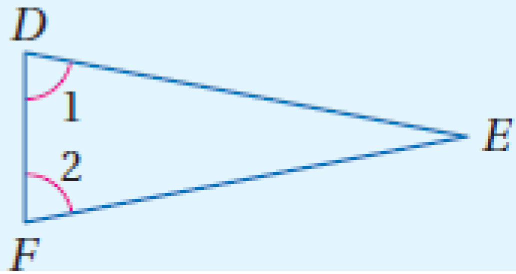


مقرر رياضيات (١)



نظرية المثلث المتطابق الضلعين

إذا تطابق ضلعان في مثلث، فإن الزاويتين المقابلتين لهما متطابقتان.



عكس نظرية المثلث المتطابق الضلعين

إذا تطابقت زاويتان في مثلث، فإن الضلعين المقابلين لهما متطابقان.

المثلث المتطابق الأضلاع

يكون المثلث متطابق الأضلاع إذا وفقط إذا كان متطابق الزوايا.

قياس كل زاوية في المثلث المتطابق الأضلاع $60°$.

مقرر رياضيات (١)

تطابق المثلثات

تعريف المضلعات المتطابقة

يتطابق مضلعان إذا وفقط إذا كانت عناصرهما المتناظرة متطابقة.

العناصر المتناظرة تتضمن الزوايا والأضلاع.

الزوايا المتناظرة

$\angle A \cong \angle H$ $\quad \angle B \cong \angle J$ $\quad \angle C \cong \angle K$

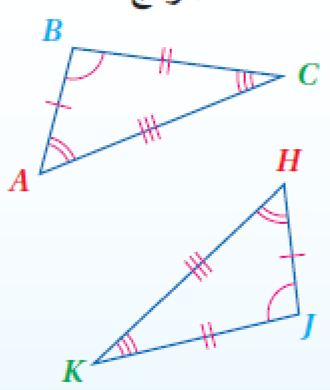
الأضلاع المتناظرة

$\overline{AB} \cong \overline{HJ}$ $\quad \overline{BC} \cong \overline{JK}$ $\quad \overline{CA} \cong \overline{KH}$

عبارة التطابق

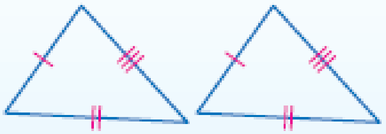
$\triangle ABC \cong \triangle HJK$

نموذج:



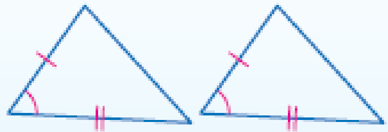
إثبات تطابق المثلثات

SSS



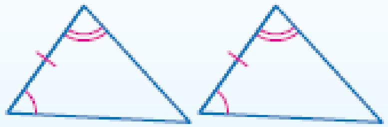
يتطابق مثلثان إذا كانت أضلاعُهما المتناظرة متطابقة.

SAS



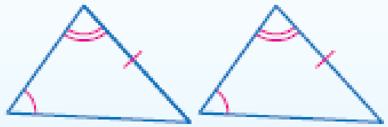
يتطابق المثلثان إذا طابق ضلعان والزاوية المحصورة بينهما في المثلث الأول نظائرها في المثلث الآخر.

ASA



يتطابق مثلثان إذا طابقت زاويتان والضلع المحصور بينهما في المثلث الأول نظائرها في المثلث الآخر.

AAS



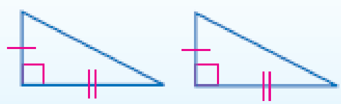
يتطابق مثلثان إذا طابقت زاويتان وضلع غير محصور بينهما في المثلث الأول نظائرها في المثلث الآخر.

مقرر رياضيات (١)

تطابق المثلثات القائمة

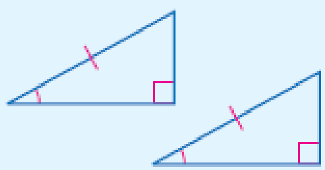
نظرية 3.6: **تطابق الساقين** LL

إذا طابق ساقان في مثلث قائم نظيرَيهما في مثلث قائم آخر، فإن المثلثين متطابقان.



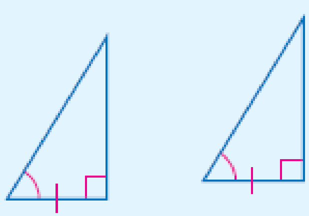
نظرية 3.7: **تطابق وتر وزاوية حادة** HA

إذا طابق وتر وزاوية حادة في مثلث قائم الوتر والزاوية الحادة المناظرة في مثلث قائم آخر، فإن المثلثين متطابقان.



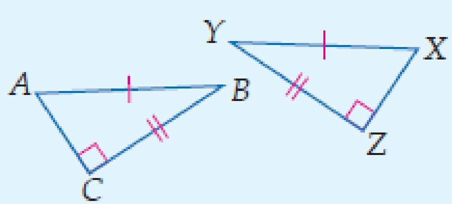
نظرية 3.8: **تطابق ساق وزاوية حادة** LA

إذا طابق ساق وزاوية حادة في مثلث قائم الساق المناظرة والزاوية الحادة المناظرة في مثلث قائم آخر، فإن المثلثين متطابقان.



نظرية 3.9: **تطابق وتر وساق** HL

إذا طابق وتر وساق في مثلث قائم وترًا وساقًا في مثلث قائم آخر، فإن المثلثين متطابقان.



مقرر رياضيات (١)

تصنيف المثلثات (الدرس 3-1)

- يمكن تصنيف المثلث بحسب نوع زواياه، فيكون حاد الزوايا أو متطابق الزوايا أو منفرج الزاوية أو قائم الزاوية. وكذلك يمكن تصنيفه بحسب أضلاعه، فيكون مختلف الأضلاع أو متطابق الضلعين أو متطابق الأضلاع.

زوايا المثلث (الدرس 3-2)

- قياس الزاوية الخارجية للمثلث يساوي مجموع قياسَي الزاويتين الداخليتين البعيدتين.

المثلثات المتطابقة (الدرس 3-3 إلى 3-5)

- SSS: يتطابق مثلثان إذا كانت أضلاعُهما المتناظرة متطابقة.
- SAS: يتطابق مثلثان إذا طابق ضلعان والزاوية المحصورة بينهما في المثلث الأول نظائرها في المثلث الآخر.
- ASA: يتطابق مثلثان إذا طابقت زاويتان والضلع المحصور بينهما في المثلث الأول نظائرها في المثلث الآخر.
- AAS: يتطابق مثلثان إذا طابقت زاويتان وضلع غير محصور بينهما في المثلث الأول نظائرها في المثلث الآخر.

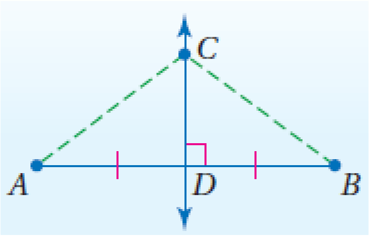
المثلثات المتطابقة الضلعين والمثلثات المتطابقة الأضلاع (الدرس 3-6)

- زاويتا القاعدة في المثلث المتطابق الضلعين متطابقتان، ويكون المثلث متطابق الأضلاع إذا تطابقت جميع زواياه.

المثلثات والبرهان الإحداثي (الدرس 3-7)

- يستعمل البرهان الإحداثي الأشكال في المستوى الإحداثي والجبر؛ لإثبات صحة المفاهيم الهندسية.

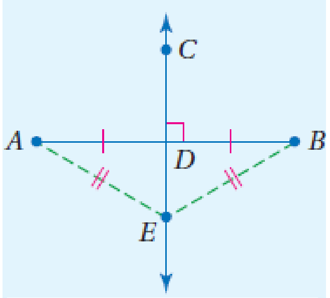
مقرر رياضيات (١)



العمود المنصف لقطعة مستقيمة :

نظريّة العمود المنصّف

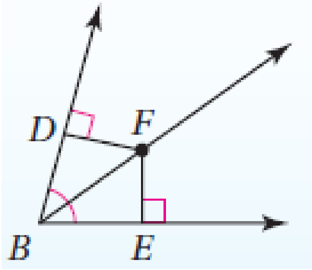
كلّ نقطة على العمود المنصّف لقطعة مستقيمة تكون على بعدين متساويين من طرفَي القطعة المستقيمة.



عكس نظريّة العمود المنصّف

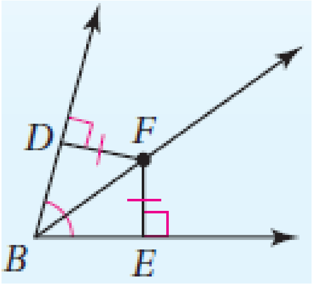
كل نقطة على بُعدين متساويين من طرفي قطعة مستقيمة تقع على العمود المنصّف لتلك القطعة.

منصفات الزوايا :



نظرية منصّف الزاوية

كل نقطة تقع على منصّف زاوية تكون على بُعدين متساويين من ضلعيها.

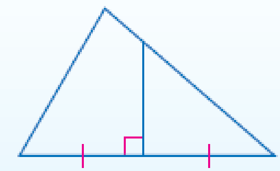
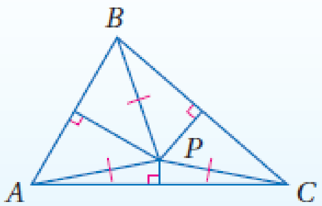
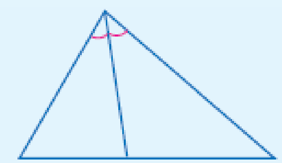
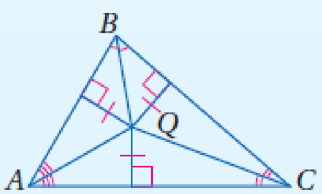
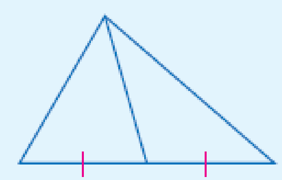
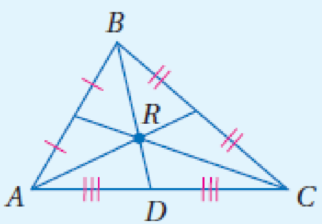
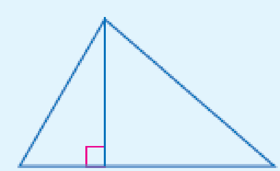
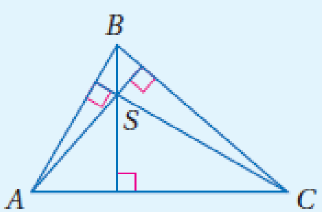


عكس نظريّة منصّف الزاوية

كل نقطة تقع داخل الزاوية وتكون على بُعدين متساويين من ضلعيها فإنها تكون واقعة على منصّف الزاوية.

مقرر رياضيات (١)

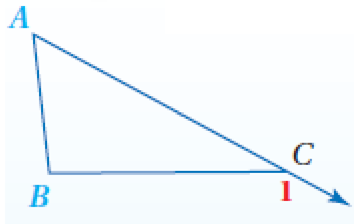
قطع مستقيمة ونقاط خاصّة في المثلث

المفهوم	مثال	نقطة التلاقي	الخاصّية	مثال
العمود المنصّف		مركز الدائرة الخارجية للمثلث	P مركز الدائرة الخارجية لـ $\triangle ABC$ ، وتقع على أبعاد متساوية من رؤوس المثلث.	
منصّف الزاوية		مركز الدائرة الداخلية للمثلث	Q مركز الدائرة الداخلية في $\triangle ABC$ ، وتقع على أبعاد متساوية من أضلاع المثلث.	
القطعة المتوسطة		مركز المثلث	R مركز $\triangle ABC$، وتبعد عن كل رأس ثُلُثَي طول القطعة الواصلة بين ذلك الرأس ومنتصف الضلع المقابل له.	
الارتفاع		ملتقى الارتفاعات	تلتقي المستقيمات التي تحوي ارتفاعات $\triangle ABC$ عند النقطة S ، وتسمى ملتقى الارتفاعات.	

مقرر رياضيات (١)

المتباينات في المثلث :

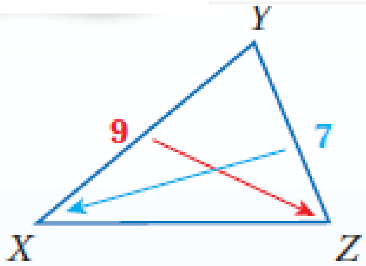
متباينة الزاوية الخارجيَة



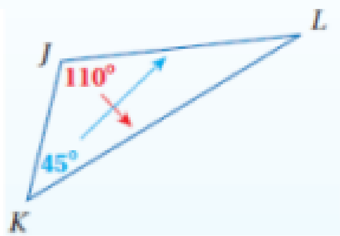
قياس الزاوية الخارجية لمثلث أكبر من قياس

أيَ من الزاويتين الداخليتين البعيدتين عنها.

العلاقات بين زوايا المثلث وأضلاعه



متباينة ضلع-زاوية : إذا كان أحد أضلاع مثلث أطول من ضلع آخر، فإنَ قياس الزاوية المقابلة للضلع الأطول يكون أكبر من قياس الزاوية المقابلة للضلع الأقصر.



متباينة زاوية-ضلع : إذا كان قياس إحدى زوايا مثلث أكبر من قياس زاوية أخرى، فإنَ الضلع المقابل للزاوية الكبرى يكون أطول من الضلع المقابل للزاوية الصغرى.

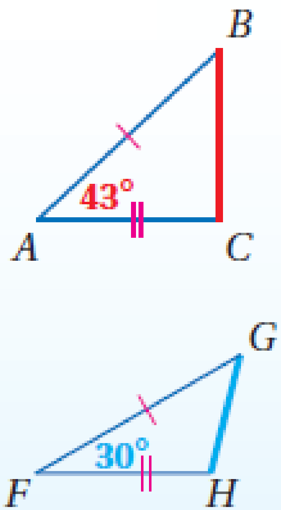
نظرية متباينة المثلث

مجموع طولَي أي ضلعين في مثلث أكبر من طول الضلع الثالث.

مقرر رياضيات (١)

المتباينات في مثلثين

متباينة SAS

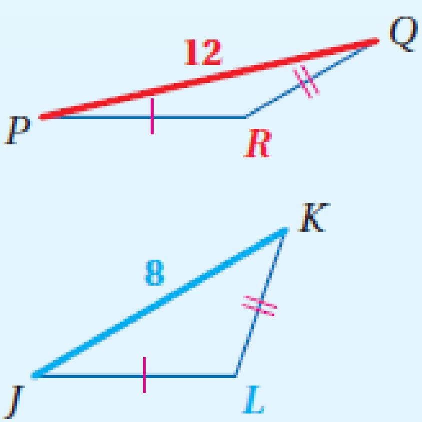


إذا طابق ضلعان في مثلث ضلعين مناظرين في مثلث آخر، وكان قياس الزاوية المحصورة في المثلث الأول أكبر من قياس الزاوية المحصورة في المثلث الثاني، فإنَ الضلع الثالث في المثلث الأول يكون أطول من الضلع الثالث في المثلث الثاني.

مثال: إذا كان: $m\angle F < m\angle A$ ، $\overline{AB} \cong \overline{FG}$, $\overline{AC} \cong \overline{FH}$ ،

فإنَ $GH < BC$.

عكس متباينة SAS (SSS)



إذا طابق ضلعان في مثلث ضلعين مناظرين في مثلث آخر، وكان الضلع الثالث في المثلث الأول أطول من الضلع الثالث في المثلث الثاني، فإنَ قياس الزاوية المحصورة في المثلث الأول يكون أكبر من قياس الزاوية المحصورة في المثلث الثاني.

مثال: إذا كان: $JK < PQ$ ، $\overline{PR} \cong \overline{JL}$, $\overline{QR} \cong \overline{KL}$ ،

فإن $m\angle L < m\angle R$.

مقرر رياضيات (١)

المفاهيم الأساسيّة

قطع مستقيمة خاصّة في المثلثات: (الدرسان 4-1, 4-2)

- القطع المستقيمة الخاصّة بالمثلثات هي الأعمدة المنصّفة ومنصفات الزوايا والقطع المتوسطة والارتفاعات.
- نقاط تقاطع المستقيمات الخاصّة في مثلث تُسمّى نقاط التلاقي.
- نقاط التلاقي في مثلث، هي مركز الدائرة الخارجية ومركز الدائرة الداخلية ومركز المثلث ومُلتقَى الارتفاعات.

البرهان غير المباشر: (الدرس 4-4)

- كتابة برهانٍ غير مباشر:

1) افترض أن النتيجة غير صحيحة.

2) بيِّن أن هذا الافتراض يؤدي إلى تناقض.

3) بما أن النتيجة الخطأ تؤدي إلى عبارة غير صحيحة، فإن النتيجة الأصليّة ستكون صحيحة.

متباينات المثلث: (الدروس 4-3, 4-5, 4-6)

- **متباينة الزاوية الخارجية:** قياس الزاوية الخارجية لمثلث، يكون أكبر من أيٍّ من الزاويتين الداخليّتين البعيدتين عنها.
- الزاوية الكبرى في مثلث تقابل الضلع الأطول، والزاوية الصغرى تقابل الضلع الأقصر.
- مجموع طولَي أي ضلعين في مثلث يكون أكبر من طول الضلع الثالث.
- **المتباينة SAS:** (نظرية الرافعة) إذا طابق ضلعان في مثلث ضلعين مناظرين في مثلث آخر، وكان قياس الزاوية المحصورة في المثلث الأول أكبر من قياس الزاوية المحصورة في المثلث الثاني، فإنَّ الضلع الثالث في المثلث الأول يكون أطول من الضلع الثالث في المثلث الثاني.
- **المتباينة SSS:** (عكس نظرية الرافعة) إذا طابق ضلعان في مثلث ضلعين مناظرين في مثلث آخر، وكان الضلع الثالث في المثلث الأول أطول من الضلع الثالث في المثلث الثاني، فإنَّ قياس الزاوية المحصورة في المثلث الأول يكون أكبر من قياس الزاوية المحصورة في المثلث الثاني.

مقرر رياضيات (١)

إذا كانت العبارة p صائبة فأي العبارات التالية خاطئة؟

A $\sim(\sim p)$ B $p \rightarrow p$

C $p \vee \sim p$ D $\sim p \wedge p$

في جدول صـــواب العبـارة $(\sim p \wedge q)$ المجاور قيمة الصـــدق التي تحل محل x, y هي ..

p	q	$(\sim p \wedge q)$
T	T	F
T	F	x
F	T	y
F	F	F

A $x = T, y = T$ B $x = T, y = F$

C $x = F, y = T$ D $x = F, y = F$

الحد التالي في النمط ... , 15 , 11 , 7 , 3 يساوي « ابدأ من اليسار » ..

Ⓐ 16 . Ⓑ 17 .

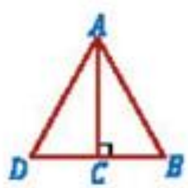
Ⓒ 18 . Ⓓ 19 .

إذا كانت النســبة بين قياســي زاويتين متتامتين هي 5 : 1 فإن قياس الزاوية الصغرى يساوي ..

Ⓐ 15° . Ⓑ 30° .

Ⓒ 60° . Ⓓ 90° .

في الشـــكل المجاور؛ الشـــرط الناقص ليكون $\Delta ABC \cong \Delta ADC$ هو ..



A $\overline{AC} \cong \overline{DC}$ B $m\angle B \cong m\angle DAC$

C $\overline{DC} \cong \overline{BC}$ D $m\angle DAC \cong m\angle ACB$

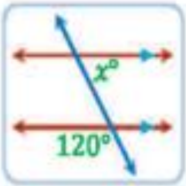
إذا كـانت الأعداد 8 و 5 و x أطوالاً لأضــلاع مثلث فإن أكبر قيمة صحيحة للعدد x هي ..

Ⓐ 3 . Ⓑ 4 .

Ⓒ 12 . Ⓓ 13 .

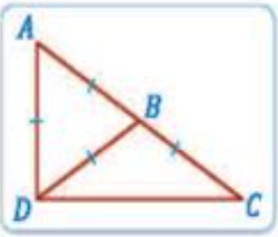
مقرر رياضيات (١)

◀ في الشكل المجاور؛ قيمة x تساوي ..



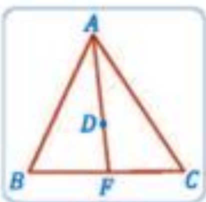
Ⓐ 20 . Ⓑ 60 .
Ⓒ 120 . Ⓓ 180 .

◀ في الشكل المجاور؛ قيمة $m\angle C$ تساوي ..



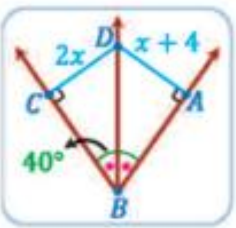
Ⓐ 30° . Ⓑ 45° .
Ⓒ 60° . Ⓓ 90° .

◀ في الشـــكـل المجـاور؛ إذا كـانت D مركز المثلث ABC و $AF = 12$ فإن .... = DA .



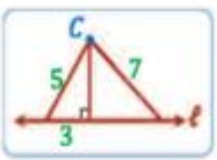
Ⓐ 4 . Ⓑ 6 .
Ⓒ 8 . Ⓓ 12.

◀ في الشكل المجاور؛ قيمة x تساوي ..



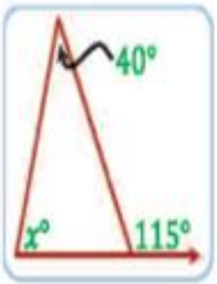
Ⓐ 2 . Ⓑ 4 .
Ⓒ 20 . Ⓓ 40 .

◀ في الشكل المجاور؛ البُعد بين النقطة C والمستقيم ℓ يساوي .... وحدات.



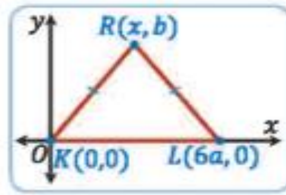
Ⓐ 3 . Ⓑ 4 .
Ⓒ 5 . Ⓓ 7 .

◀ في الشكل المجاور؛ قيمة x تساوي ..



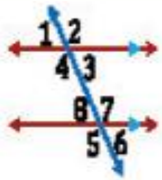
Ⓐ 40 . Ⓑ 75 .
Ⓒ 115 . Ⓓ 180 .

قيمة x في إحداثيي النقطة R تساوي ..



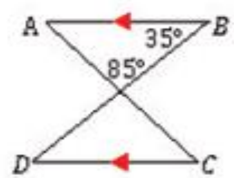
Ⓐ $\frac{a}{2}$.
Ⓑ $2a$.
Ⓒ $3a$.
Ⓓ $3b$.

في الشكل المجاور؛ الزاويتان $\angle 7$, $\angle 2$ ..



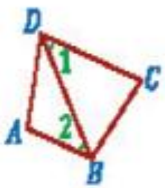
A متناظرتان
B متبادلتان داخليًا
C متحالفتان
D متبادلتان خارجيًا

في الشكل المجاور $m\angle C$ يساوي ..



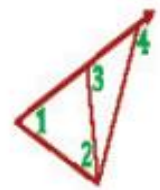
A $85°$
B $60°$
C $50°$
D $35°$

في الشكل المجاور؛ إذا كان $\angle 2 \cong \angle 1$ فإن ..



A $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$
B $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$
C $\overline{AB} \parallel \overline{DB}$
D $\overline{CB} \parallel \overline{DB}$

في الشكل المجاور؛ الزاوية التي لها أكبر قياس هي ..



A 1
B 2
C 3
D 4

إذا كان ميل المستقيم المار بالنقطتين $(7,3)$ و $(2,y)$ يساوي الصفر فإن قيمة y تساوي ..

Ⓐ 0 .
Ⓑ 2 .
Ⓒ 3 .
Ⓓ 7 .

لإثبات صحة العبارة «إذا كانت $3x < 12$ فإن $x < 4$» بالبرهان غير المباشر فإن الافتراض الضروري الذي تبدأ به هو .... صحيحة.

A $x \le 4$
B $x \ge 4$
C $3x < 12$
D $3x > 12$

مقرر رياضيات (٢)

المضلعات :

مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع محدَب عدد أضلاعه n يساوي $S = (n - 2) \cdot 180°$.

مجموع قياسات الزوايا الخارجيَة للمضلع المحدَب بأخذ زاوية واحدة عند كل رأس يساوي $360°$.

خصائص متوازي الأضلاع

كل ضلعين متقابلين في متوازي الأضلاع متطابقان.

كل زاويتين متقابلتين في متوازي الأضلاع متطابقتان.

كل زاويتين متحالفتين في متوازي الأضلاع متكاملتان.

إذا كانت إحدى زوايا متوازي الأضلاع قائمة، فإن زواياه الأربع قوائم.

قطرا متوازي الأضلاع ينصّف كل منهما الآخر.

قطر متوازي الأضلاع يقسمه إلى مثلثين متطابقين.

إثبات أنَ شكلًا رباعيًا يمثل متوازي أضلاع

يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع إذا حقَق أيًا من الشروط الآتية:

1) إذا كان كل ضلعين متقابلين فيه متوازيين.
2) إذا كان كل ضلعين متقابلين فيه متطابقين.
3) إذا كانت كل زاويتين متقابلتين فيه متطابقتين.
4) إذا كان قطراه ينصّف كل منهما الآخر.
5) إذا كان فيه ضلعان متقابلان متوازيين ومتطابقين.

مقرر رياضيات (٢)

المستطيل

تعريفه : متوازي أضلاع زواياه الأربع قوائم .
خواصه : نفس خواص متوازي الأضلاع بالإضافة إلى أن قطري المستطيل متطابقان .

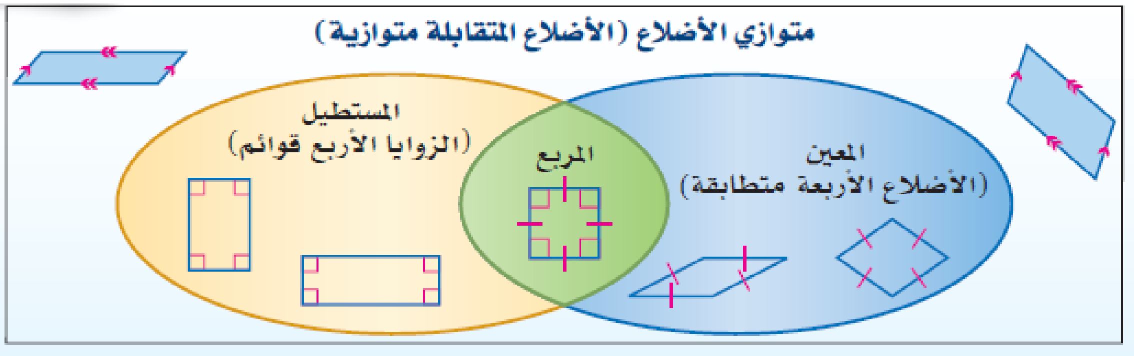
المعين

تعريفه : متوازي أضلاع زواياه جميع أضلاعه متطابقة .
خواصه : نفس خواص متوازي الأضلاع بالإضافة إلى أن قطري المعين متعامدان وينصفان زوايا الرؤوس .

المربع

تعريفه : متوازي أضلاع زواياه جميع أضلاعه متطابقة وجميع زواياه قوائم .
خواصه : نفس خواص متوازي الأضلاع بالإضافة إلى خواص المستطيل والمعين .

متوازي الأضلاع



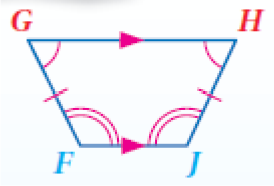
مقرر رياضيات (٢)

شبة المنحرف :

تعريفه: شكل رباعي فيه ضلعان فقط متوازيان

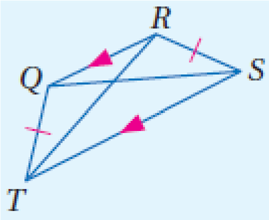
شبة المنحرف المتطابق الساقين:

تعريفه: شبة منحرف فيه الضلعان غير المتوازيين متطابقان .

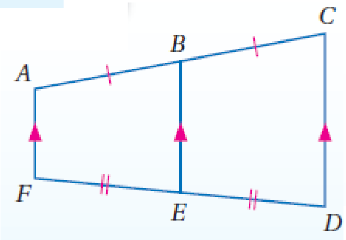


إذا كان شبه المنحرف متطابق الساقين، فإنّ زاويتي كل قاعدة متطابقتان.

إذا كانت زاويتا قاعدة في شبه المنحرف متطابقتين، فإنّه متطابق الساقين.

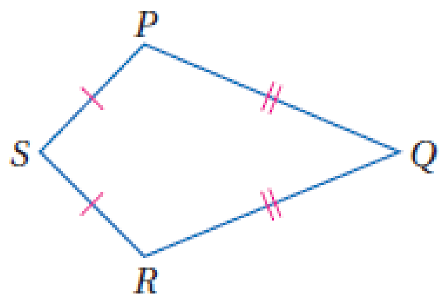


يكون شبه المنحرف متطابق الساقين، إذا وفقط إذا كان قطراه متطابقين.

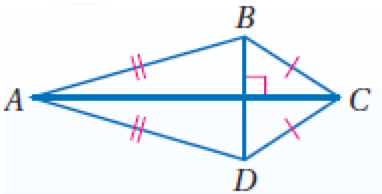


القطعة المتوسطة لشبه المنحرف توازي كلًا من القاعدتين ،
وطولها يساوي نصف مجموع طولي القاعدتين.

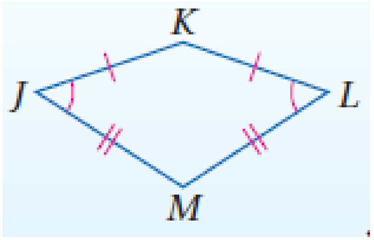
مقرر رياضيات (٢)



خصائص شكل الطائرة الورقيّة : شكل الطائرة الورقيّة هو شكل رباعي يتكون من زوجين متمايزين من الأضلاع المتجاورة المتطابقة. وعلى عكس متوازي الأضلاع، كل ضلعين متقابلين في شكل الطائرة الورقيّة ليسا متطابقين ولا متوازيين.



قطرا شكل الطائرة الورقية متعامدان.



يوجد في شكل الطائرة الورقية زوج واحد فقط من الزوايا المتقابلة المتطابقة، هما الزاويتان المحصورتان بين كل ضلعين متجاورين غير متطابقين.

مقرر رياضيات (٢)

التشابه

المضلعات المتشابهة

يتشابه مضلعان إذا وفقط إذا كانت زواياهما المتناظرة متطابقة، وأطوال أضلاعهما المتناظرة متناسبة.

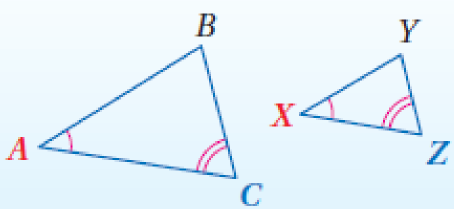
النسبة بين أيِّ طولين متناظرين في المضلعين المتشابهين تساوي معامل التشابه بينهما.

محيطا المضلعين المتشابهين

إذا تشابه مضلعان، فإن النسبة بين محيطيهما تساوي معامل التشابه بينهما.

تشابه المثلثات

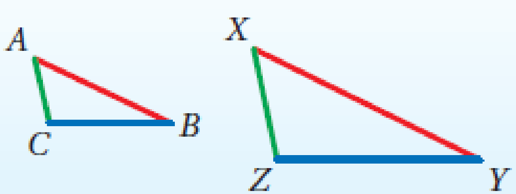
مسلمة التشابه AA



إذا كانت: $\angle A \cong \angle X, \angle C \cong \angle Z$

فإنَّ: $\triangle ABC \sim \triangle XYZ$

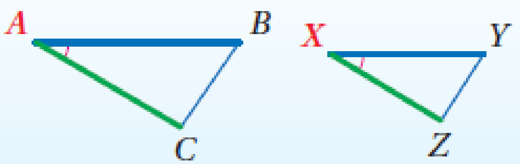
نظرية التشابه SSS



إذا كانت: $\frac{AB}{XY} = \frac{BC}{YZ} = \frac{CA}{ZX}$

فإنَّ: $\triangle ABC \sim \triangle XYZ$.

نظرية التشابه SAS

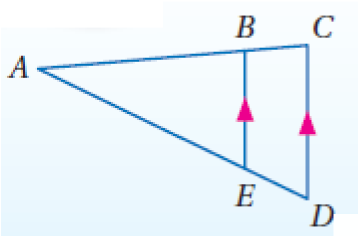


إذا كانت: $\frac{AB}{XY} = \frac{CA}{ZX}, \angle A \cong \angle X$

فإنَّ: $\triangle ABC \sim \triangle XYZ$.

مقرر رياضيات (٢)

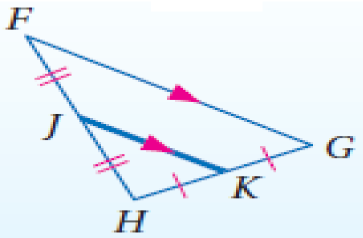
نظريَة التناسب في المثلث



إذا وازى مستقيم ضلعًا من أضلاع مثلث وقطع ضلعيه الآخرين، فإنّه يقسمهما إلى قطع مستقيمة متناظرة أطوالها متناسبة.

عكس نظريَة التناسب في المثلث

إذا قطع مستقيم ضلعين في مثلث وقسمهما إلى قطع مستقيمة متناظرة أطوالها متناسبة، فإن المستقيم يوازي الضلع الثالث للمثلث.

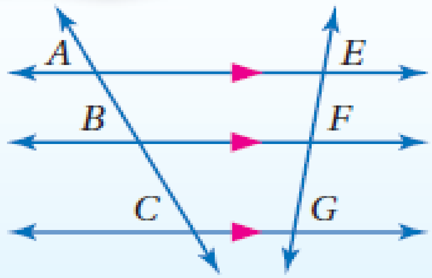


نظريَة القطعة المنصَفة في المثلث

القطعة المنصفة في المثلث توازي أحد أضلاعه وطولها يساوي نصف طول ذلك الضلع.

مقرر رياضيات (٢)

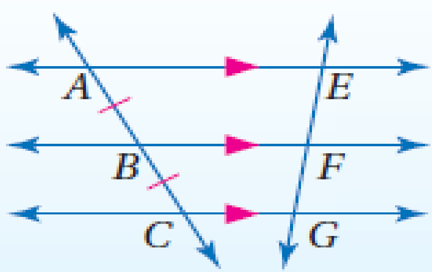
الأجزاء المتناسبة من قاطعين لمستقيمات متوازية



إذا قطع قاطعان ثلاثة مستقيمات متوازية أو أكثر، فإن أطوال أجزاء القاطعين تكون متناسبة.

مثال: إذا كان: $\overline{AE} \parallel \overline{BF} \parallel \overline{CG}$، وكان $\overleftrightarrow{AC}, \overleftrightarrow{EG}$ قاطعان لها، فإن $\frac{AB}{BC} = \frac{EF}{FG}$.

الأجزاء المتناسبة من قاطعين لمستقيمات متوازية

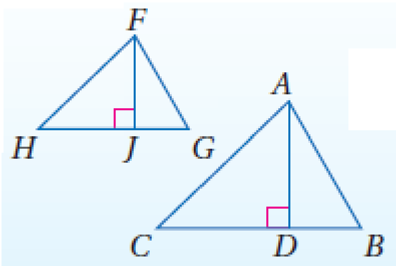


إذا قطع قاطع ثلاثة مستقيمات متوازية أو أكثر، وكانت أجزاؤه متطابقة،فإن أجزاء أي قاطع آخر لها تكون متطابقة.

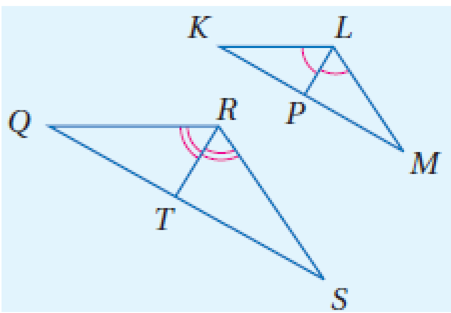
مثال: إذا كان: $\overline{AE} \parallel \overline{BF} \parallel \overline{CG}$ ، وكان $\overline{AC}, \overline{EG}$ قاطعين لها، بحيث $\overline{AB} \cong \overline{BC}$ فإن $\overline{EF} \cong \overline{FG}$.

مقرر رياضيات (٢)

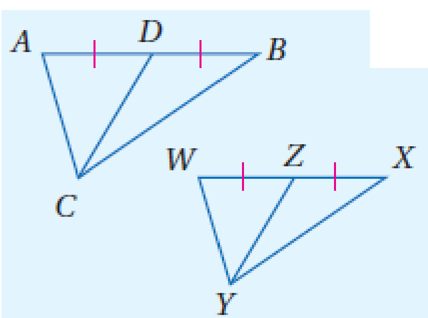
قطع مستقيمة خاصة في المثلثين المتشابهين



إذا تشابه مثلثان، فإنَ النسبة بين طولَي كل ارتفاعين متناظرين تساوي النسبة بين طولَي كلّ ضلعين متناظرين.



إذا تشابه مثلثان، فإن النسبة بين طولَي القطعتين المنصفتين لكل زاويتين متناظرتين تساوي النسبة بين طولَي كل ضلعين متناظرين.

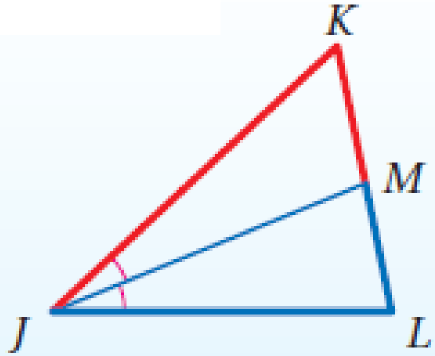


إذا تشابه مثلثان، فإنَ النسبة بين طولَي كل قطعتين متوسطتين متناظرتين تساوي النسبة بين طولَي كل ضلعين متناظرين.

مقرر رياضيات (٢)

منصَف زاوية في مثلث

منصف زاوية في مثلث يقسم الضلع المقابل إلى قطعتين مستقيمتين النسبة بين طولَيهِمَا تساوي النسبة بين طولَي الضلعين الآخرين.



مثال: إذا كانت $\overline{JM}$ منصَف زاوية في المثلث $\triangle JKL$

فإنَ $\frac{KJ}{LJ} = \frac{KM}{LM}$

القطعتان المشتركتان بالرأس K ←

القطعتان المشتركتان بالرأس L ←

مقرر رياضيات (٢)

المفاهيم الأساسية

المضلعات المتشابهة والمثلثات المتشابهة
(الدرسان 6-1, 6-2)

- يتشابه مضلعان إذا وفقط إذا كانت زواياهما المتناظرة متطابقة، وأطوال أضلاعهما المتناظرة متناسبة.
- يكون المثلثان متشابهين إذا كانت:

AA : زاويتان في أحدهما مطابقتين لزاويتين في المثلث الآخر.

SSS : أطوال الأضلاع المتناظرة للمثلثين متناسبة.

SAS : طولا ضلعين في أحدهما متناسبين مع طولَي الضلعين المناظرين لهما في المثلث الآخر، والزاويتان المحصورتان متطابقتين.

الأجزاء المتناسبة (الدرس 6-3)

- إذا وازَى مستقيم أحد أضلاع مثلث، وقطع الضلعين الآخرين في نقطتين محددتين، فإنّه يقسم هذين الضلعين إلى قطع مستقيمة أطوالها متناسبة.
- القطعة المنصّفة في المثلث توازي ضلعًا فيه، وطولها يساوي نصف طوله.

عناصر المثلثين المتشابهين (الدرس 6-4)

- إذا تشابه مثلثان فإن النسبة بين كلٍّ من طولَي ارتفاعيهما المتناظرين، وطولي منصِّفَي الزاويتين المتناظرتين، وطولي القطعتين المتوسطتين المتناظرتين تساوي النسبة بين طولَي ضلعين متناظرين.

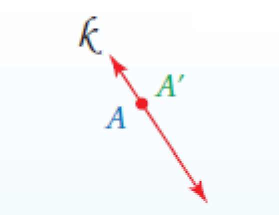
مقرر رياضيات (٢)

التحويلات الهندسية

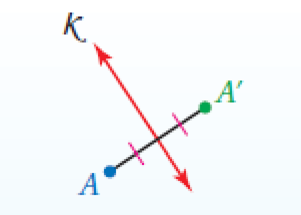
الانعكاس حول مستقيم

الانعكاس حول مستقيم ينقل النقطة إلى صورتها كما يأتي:

- إذا كانت النقطة واقعة على محور الانعكاس، فإن صورتها هي النقطة نفسها.
- إذا كانت النقطة غير واقعة على محور الانعكاس، يكون محور الانعكاس هو العمود المنصف للقطعة المستقيمة التي تصل بين النقطة وصورتها.

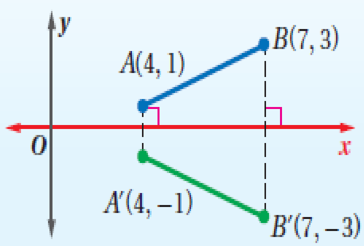
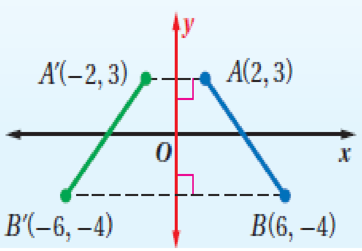


A تقع على المستقيم k



A لا تقع على المستقيم k

الانعكاس حول المحور x أو المحور y

الانعكاس حول المحور x	الانعكاس حول المحور y
التعبير اللفظي: لتعيين صورة نقطة بالانعكاس حول المحور x، اضرب إحداثي y لها في -1	**التعبير اللفظي:** لتعيين صورة نقطة بالانعكاس حول المحور y، اضرب إحداثي x لها في -1
الرموز: $(x, y) \rightarrow (x, -y)$	**الرموز:** $(x, y) \rightarrow (-x, y)$
مثال: 	**مثال:** 

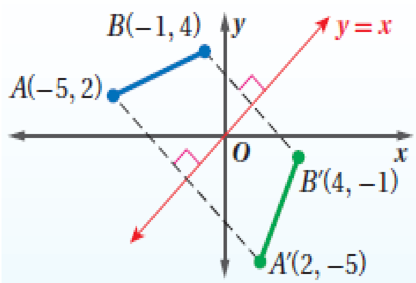
مقرر رياضيات (٢)

الانعكاس حول المستقيم $y = x$

التعبير اللفظي: لتعيين صورة نقطة بالانعكاس حول المستقيم $y = x$ ، بدّل موضعَي الإحداثيين x و y.

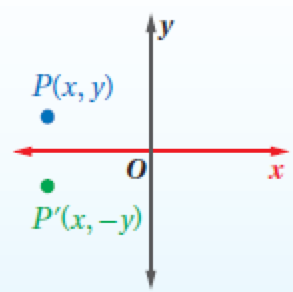
الرموز: $(x, y) \rightarrow (y, x)$

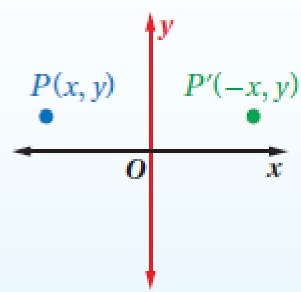
مثال:

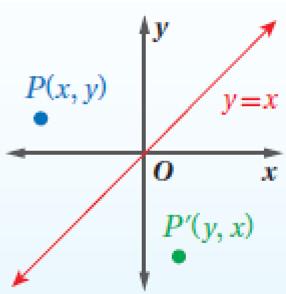


الانعكاس في المستوى الإحداثي

الانعكاس حول المحور x	الانعكاس حول المحور y	الانعكاس حول المستقيم $y = x$
$(x, y) \rightarrow (x, -y)$	$(x, y) \rightarrow (-x, y)$	$(x, y) \rightarrow (y, x)$



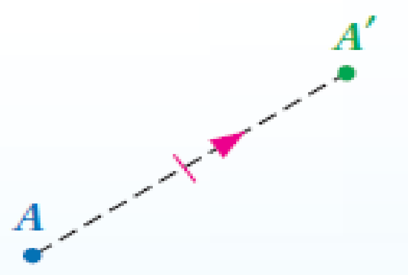




مقرر رياضيات (٢)

الإزاحة (الانسحاب)

تنقل الإزاحة (الانسحاب) كل نقطة إلى صورتها مسافةً محدَدةً وفي اتجاه محدَد (اتجاه الإزاحة). فالإزاحة التي تنقل النقطة A إلى صورتها A'، تنقل نقاط الشكل جميعها أيضًا بحيث إن:

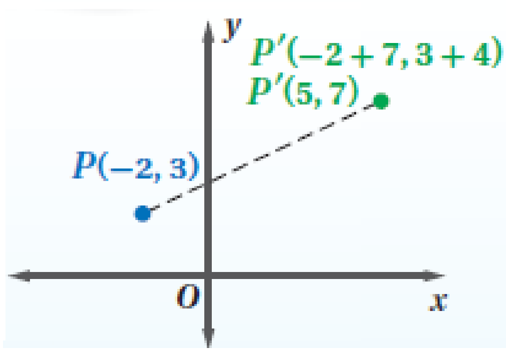


- مقدار الإزاحة يساوي طول القطعة المستقيمة التي تصل أي نقطة بصورتها يساوي طول $\overline{AA'}$.
- القطعة المستقيمة التي تصل أي نقطة بصورتها توازي $\overline{AA'}$.

الإزاحة في المستوى الإحداثي

التعبير اللفظي: لإزاحة نقطة ما مسافة a وحدةً أفقيًا، و b وحدةً رأسيًا، اجمع a إلى الإحداثي x ، و b إلى الإحداثي y .

الرموز: $(x, y) \rightarrow (x + a, y + b)$



مقرر رياضيات (٢)

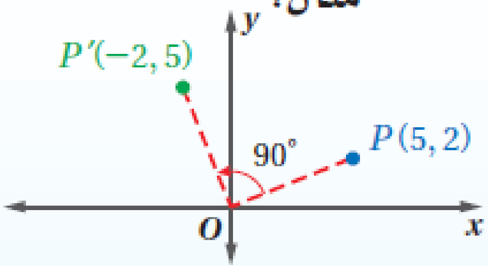
الدوران في المستوى الإحداثي

الدوران بزاوية °90

عند تدوير نقطة بزاوية °90 عكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول نقطة الأصل، اضرب الإحداثي y في -1 ، ثم بدِّل موقعَي الإحداثيَّين x, y .

الرموز: $(x, y) \rightarrow (-y, x)$

مثال:

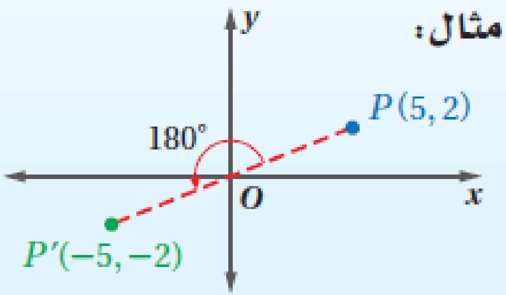


الدوران بزاوية °180

عند تدوير نقطة بزاوية °180 عكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول نقطة الأصل، اضرب كلًّا من الإحداثيَّين x, y في -1

الرموز: $(x, y) \rightarrow (-x, -y)$

مثال:

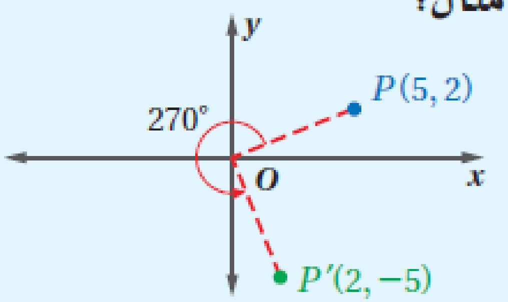


الدوران بزاوية °270

عند تدوير نقطة بزاوية °270 عكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول نقطة الأصل، اضرب الإحداثي x في -1 ثم بدِّل موقعَي الإحداثيَّين x, y .

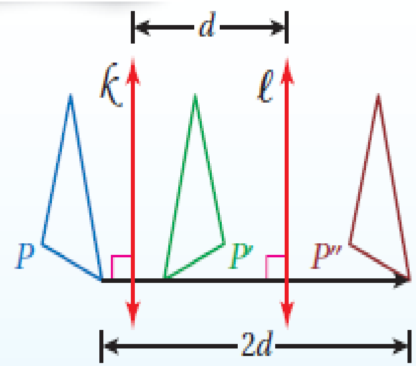
الرموز: $(x, y) \rightarrow (y, -x)$

مثال:



مقرر رياضيات (٢)

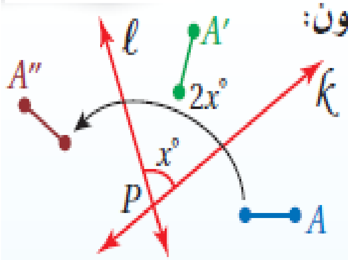
تركيب انعكاسين حول مستقيمين متوازيين



يمكن وصف تركيب انعكاسين حول مستقيمين متوازيين بأنه إزاحة، ويكون:

- اتجاهها عموديًا على كلٍّ من المستقيمين.
- مقدارها يساوي مثلَي المسافة بين المستقيمين المتوازيين.

تركيب انعكاسين حول مستقيمين متقاطعين



يمكن وصف تركيب انعكاسين حول مستقيمين متقاطعين بأنه دوران، ويكون:

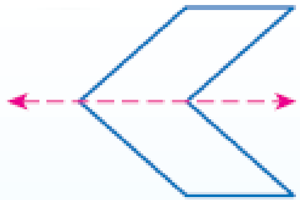
- مركزه هو نقطة تقاطع المستقيمين.
- قياس زاويته يساوي مثلَي قياس الزاوية التي يشكِّلها تقاطع هذين المستقيمين.

تركيب التحويلات الهندسية

الإزاحة	الدوران
تركيب انعكاسين حول مستقيمين متوازيين .	تركيب انعكاسين حول مستقيمين متقاطعين .

مقرر رياضيات (٢)

التماثل حول محور

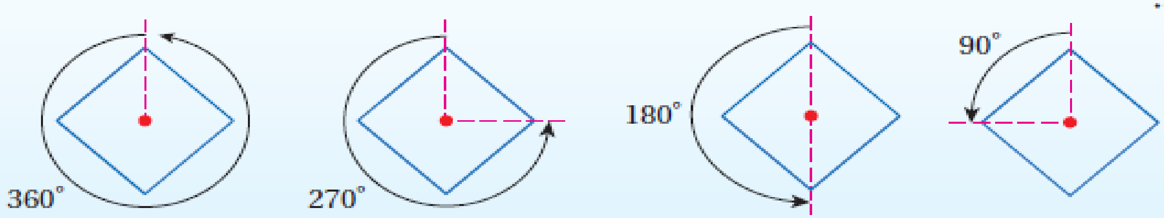


يكون الشكل الثنائي الأبعاد **متماثلًا حول محور**، إذا كانت صورته الناتجة عن انعكاس حول مستقيمٍ ما هي الشكل نفسه، ويسمى هذا المستقيم **محور تماثلٍ**.

التماثل الدوراني

يكون للشكل الثنائي الأبعاد **تماثل دوراني** (أو تماثل نصف قطري) إذا كانت صورته الناتجة عن دوران بين $0°$ و $360°$ حول مركزه هي الشكل نفسه، ويسمَى مركز الدوران في هذه الحالة **مركز التماثل** (أو نقطة التماثل).

أمثلة : المربع الآتي له تماثل دوراني؛ لأن الدوران بكلٍّ من الزوايا $0°$، $90°$، $180°$، $270°$، $360°$ ينتج عنه الشكل نفسه.

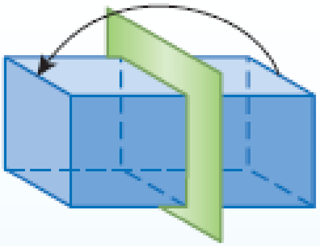


يطلق على عدد المرات التي تنطبق فيها صورة الشكل على الشكل نفسه في أثناء دورانه من $0°$ إلى $360°$ اسم **رتبة التماثل**، أما **مقدار التماثل** (أو زاوية الدوران) فهو قياس أصغر زاوية يدورها الشكل حتى ينطبق على نفسه، ويرتبط مقدار التماثل ورُتبته بالعلاقة:

مقدار التماثل يساوي ناتج قسمة $360°$ على رُتبة التماثل.

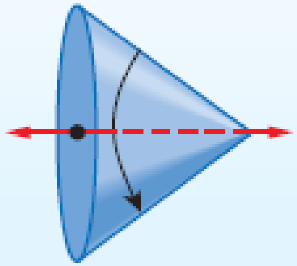
مقرر رياضيات (٢)

التماثلات في الأشكال الثلاثية الأبعاد



التماثل حول مستوى

يكون الشكل الثلاثي الأبعاد متماثلًا حول مستوى، إذا أمكن تقسيمه بهذا المستوى إلى شكلين متطابقين، وفي هذه الحالة يسمى هذا المستوى (مستوى التماثل).



التماثل حول محور

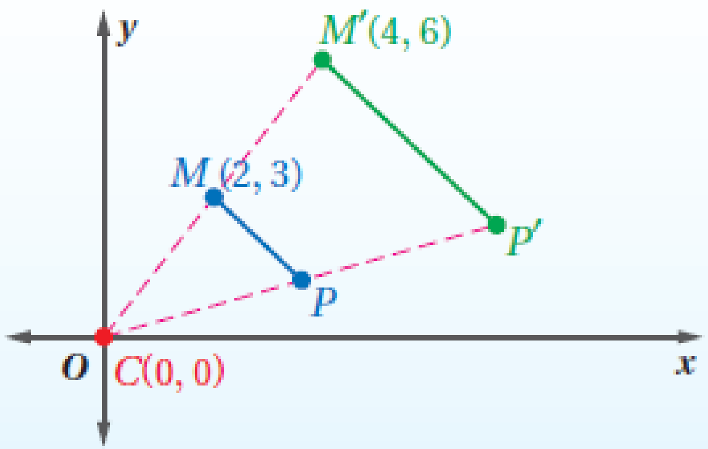
يكون الشكل الثلاثي الأبعاد متماثلًا حول محور، إذا أمكن تدويره حول هذا المحور بزاويةٍ بين $0°$ و $360°$؛ ليصبح كما كان في وضعه الأصلي.

التمدد في المستوى الإحداثي

التعبير اللفظي: لإيجاد إحداثيات الصورة الناتجة عن تمدد مركزه نقطة الأصل، اضرب الإحداثيَّين x , y لكل نقطة في الشكل الأصلي في معامل مقياس التمدد k.

الرموز: $(x, y) \rightarrow (kx, ky)$

مثال:



معامل التمدد: 2

مقرر رياضيات (٢)

المفاهيم الأساسية

الانعكاس (الدرس 7-1)

- الانعكاس هو تحويل هندسي يقلب الشكل حول مستقيمٍ يُسمّى محور الانعكاس.

الإزاحة (الانسحاب) (الدرس 7-2)

- الإزاحة (الانسحاب) هي تحويل هندسي ينقل نقاط الشكل جميعها المسافة نفسها وفي الاتجاه نفسه .

الدوران (الدرس 7-3)

- يحرِّك الدوران كل نقطة في الشكل الأصلي بزاوية محددة وفي اتجاه محدد حول نقطة ثابتة.

تركيب التحويلات الهندسية (الدرس 7-4)

- يمكن تمثيل الإزاحة بتركيب انعكاسين متتابعين حول مستقيمين متوازيين، ويمكن تمثيل الدوران بتركيب انعكاسين متتابعين حول مستقيمين متقاطعين .

التماثل (الدرس 7-5)

- التماثل: يكون الشكل مماثلًا إذا وُجد انعكاس أو إزاحة أو دوران أو تركيب إزاحة وانعكاس ينتج عنه صورة منطبقة على الشكل نفسه.
- رُتبة التماثل هي عدد المرات التي تنطبق فيها صورة الشكل على الشكل نفسه في أثناء تدويره من $0°$ إلى $360°$
- مقدار التماثل هو قياس أصغر زاوية يدور بها الشكل حتى ينطبق على نفسه.

التمدد (الدرس 7-6)

- يكبّر التمدد الشكل أو يصغّره بنسبة محدّدة.

مقرر رياضيات (٢)

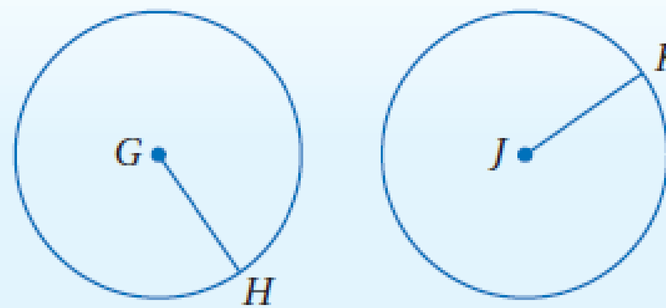
العلاقة بين القطر ونصف القطر

إذا كان نصف قطر الدائرة r وقطرها d فإن:

صيغة نصف القطر: $r = \frac{d}{2}$ أو $r = \frac{1}{2}d$ صيغة القطر: $d = 2r$

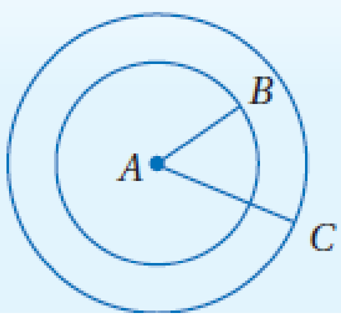
ازواج الدوائر

تكون الدائرتان متطابقتين إذا وفقط إذا كان نصفا قطريهما متطابقين.



الدائرتان المتحدتان في المركز

هما الدائرتان اللتان تقعان في المستوى نفسه، ولهما المركز نفسه.



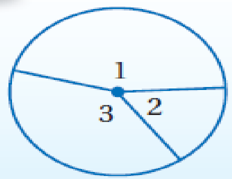
محيط الدائرة

إذا كان قطر الدائرة يساوي d، أو نصف قطرها يساوي r، فإن محيطها C يساوي حاصل ضرب القطر في π، أو مثلَي نصف القطر في π .

$C = \pi d$ أو $C = 2\pi r$

مقرر رياضيات (٢)

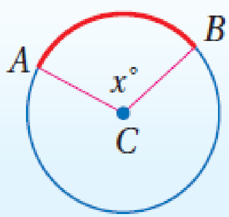
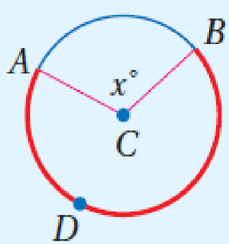
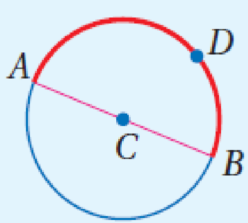
مجموع قياسات الزوايا المركزية



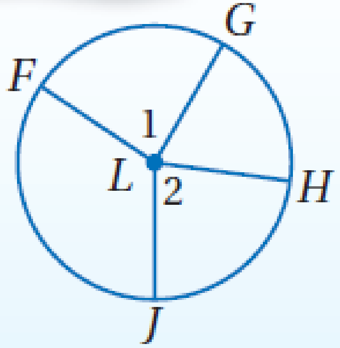
مجموع قياسات الزوايا المركزية في الدائرة، والتي لا تحوي نقاطًا داخلية مشتركة يساوي $360°$.

$$m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 = 360°$$

الأقواس وقياسها

القوس	قياسه
القوس الأصغر هو القوس الأقصر الذي يصل بين نقطتين على الدائرة.	يقل قياس القوس الأصغر عن $180°$ ، ويساوي قياس الزاوية المركزية المقابلة له. $m\widehat{AB} = m\angle ACB = x°$ 
القوس الأكبر هو القوس الأطول الذي يصل بين نقطتين على الدائرة.	يزيد قياس القوس الأكبر على $180°$، ويساوي $360°$ مطروحًا منه قياس القوس الأصغر الذي يصل بين النقطتين نفسيهما. $m\widehat{ADB} = 360° - m\widehat{AB} = 360° - x°$ 
نصف الدائرة هي قوس تقع نقطتا طرفيه على قطر الدائرة.	قياس نصف الدائرة يساوي $180°$ $m\widehat{ADB} = 180°$ 

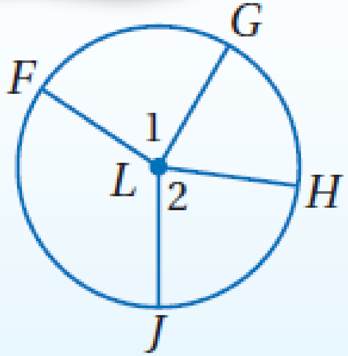
مقرر رياضيات (٢)



في الدائرة نفسها أو في دائرتين متطابقتين، يكون القوسان متطابقين، إذا وفقط إذا كانت الزاويتان المركزيّتان المقابلتان لهما متطابقتين.

إذا كانت $\angle 1 \cong \angle 2$ ، فإن $\widehat{FG} \cong \widehat{HJ}$.

إذا كان $\widehat{FG} \cong \widehat{HJ}$ ، فإن $\angle 1 \cong \angle 2$.



في الدائرة نفسها أو في دائرتين متطابقتين، يكون القوسان متطابقين، إذا وفقط إذا كانت الزاويتان المركزيّتان المقابلتان لهما متطابقتين.

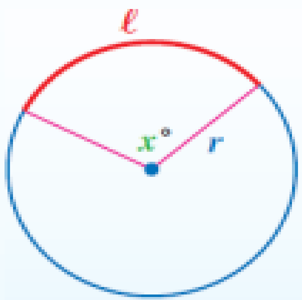
إذا كانت $\angle 1 \cong \angle 2$ ، فإن $\widehat{FG} \cong \widehat{HJ}$.

إذا كان $\widehat{FG} \cong \widehat{HJ}$ ، فإن $\angle 1 \cong \angle 2$.

مقرر رياضيات (٢)

طول القوس

إذا كان طول القوس يساوي ℓ ومحيط الدائرة يساوي $2\pi r$،
وقياس القوس بالدرجات يساوي $x°$ فإن نسبة طول
القوس إلى محيط الدائرة يساوي نسبة
قياس القوس بالدرجات إلى $360°$

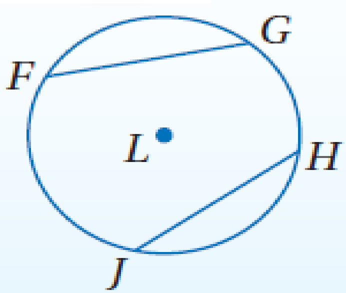


$$\frac{\ell}{2\pi r} = \frac{x°}{360°}$$

$$\ell = \frac{x°}{360°} \cdot 2\pi r$$

الأقواس والأوتار:

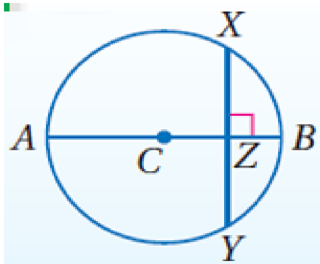
في الدائرة نفسها أو في دائرتين متطابقتين، يكون القوسان
الأصغران متطابقين، إذا وفقط إذا كان الوتران المناظران
لهما متطابقين.



$\overline{FG} \cong \overline{HJ}$، إذا وفقط إذا كان $\widehat{FG} \cong \widehat{HJ}$.

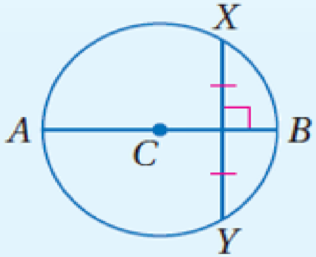
مقرر رياضيات (٢)

تنصيف الأقواس والأوتار:



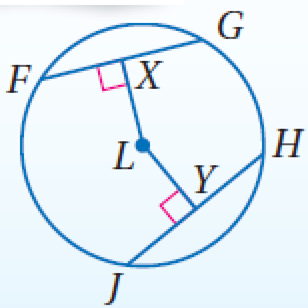
إذا كان قطر (أو نصف قطر) الدائرة عموديًّا على وتر فيها، فإنه يُنصّف ذلك الوتر، ويُنصّف قوسه.

مثال: إذا كان القطر $\overline{AB}$ عموديًّا على $\overline{XY}$ في النقطة Z، فإن: $\overline{XZ} \cong \overline{ZY}, \widehat{XB} \cong \widehat{BY}$.



العمود المنصّف لوتر في الدائرة هو قطر (أو نصف قطر) لها.

مثال: إذا كان $\overline{AB}$ عمودًا منصّفًا للوتر $\overline{XY}$، فإن $\overline{AB}$ قطر في $\odot C$.

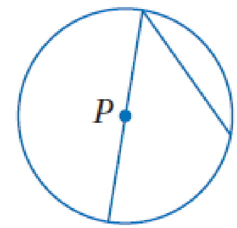
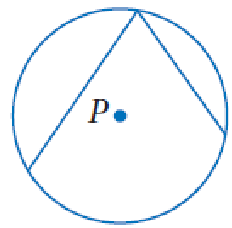
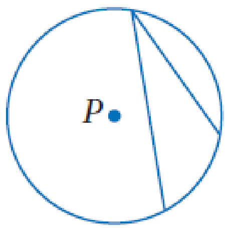


في الدائرة نفسها أو في دائرتين متطابقتين، يكون الوتران متطابقين إذا وفقط إذا كان بُعداهما عن مركز الدائرة متساويين.

$LX = LY$ إذا وفقط إذا كان $\overline{FG} \cong \overline{JH}$.

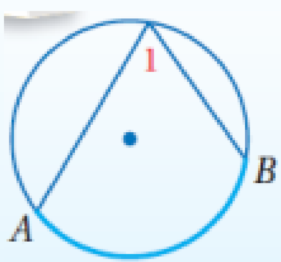
مقرر رياضيات (٢)

توجد ثلاث حالات للزاوية المحيطية في الدائرة.

الحالة الأولى	الحالة الثانية	الحالة الثالثة
 يقع مركز الدائرة P على أحد ضلعَي الزاوية المحيطية.	 يقع مركز الدائرة P داخل الزاوية المحيطية.	 يقع مركز الدائرة P خارج الزاوية المحيطية.

نظرية الزاوية المحيطية

التعبير اللفظي: قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس القوس المقابل لها.

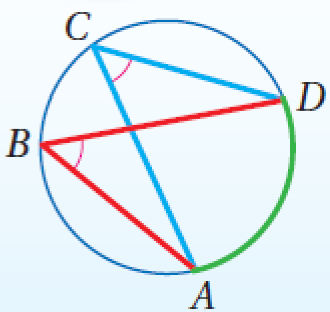


مثال: $m\angle 1 = \frac{1}{2} m\widehat{AB} \, , \, m\widehat{AB} = 2m\angle 1$

مقرر رياضيات (٢)

هناك علاقة بين الزاويتين المحيطيَّتين اللتين تقابلان القوس نفسه في دائرة.

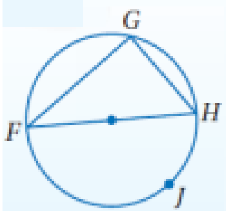
التعبير اللفظي: إذا قابلت زاويتان محيطيَّتان في دائرة القوس نفسه أو قوسين متطابقين، فإن الزاويتين تكونان متطابقتين.



مثال: $\angle C$, $\angle B$ تقابلان $\widehat{AD}$ ، إذن $\angle C \cong \angle B$.

زوايا المضلعات المحاطة بدائرة:

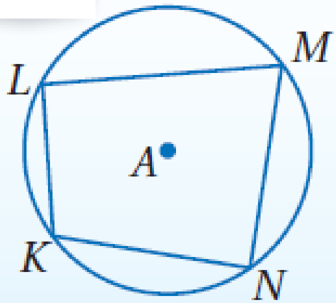
التعبير اللفظي: تقابل الزاوية المحيطية في مثلث قطرًا أو نصف دائرة، إذا وفقط إذا كانت هذه الزاوية قائمة.



مثال: إذا كانت $\widehat{FJH}$ نصف دائرة، فإن $m\angle G = 90°$.

إذا كان $m\angle G = 90°$ ، فإن $\widehat{FJH}$ هي نصف دائرة، ويكون $\overline{FH}$ قطرًا فيها.

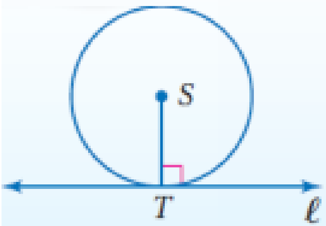
مقرر رياضيات (٢)



التعبير اللفظي: إذا كان الشكل الرباعي محاطًا بدائرة، فإن كل زاويتين متقابلتين فيه متكاملتان.

مثال: إذا كان الشكل الرباعي $KLMN$ محاطًا بـ $\odot A$ ، فإن $\angle L, \angle N$ متكاملتان و $\angle K, \angle M$ متكاملتان أيضًا.

أقصر مسافة من المماس إلى مركز الدائرة هي نصف القطر المار بنقطة التماس.



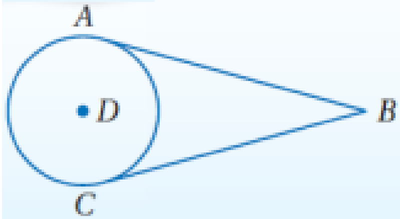
التعبير اللفظي: يكون المستقيم مماسًا لدائرةٍ في المستوى نفسه، إذا وفقط إذا كان عموديًا على نصف القطر عند نقطة التماس.

مثال: يكون المستقيم ℓ مماسًا لـ $\odot S$ ، إذا وفقط إذا كان $\overline{ST} \perp \ell$.

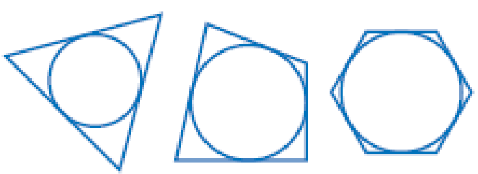
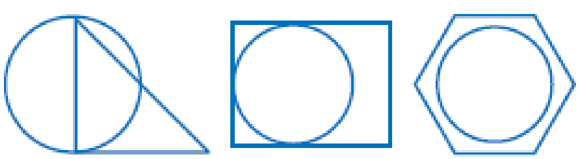
مقرر رياضيات (٢)

التعبير اللفظي: إذا رُسمت قطعتان مستقيمتان مماستان لدائرة من نقطة خارجها فإنهما متطابقتان.

مثال: إذا كان $\overline{CB}$, $\overline{AB}$ مماسان لـِ $\odot D$ فإن $\overline{AB} \cong \overline{CB}$.

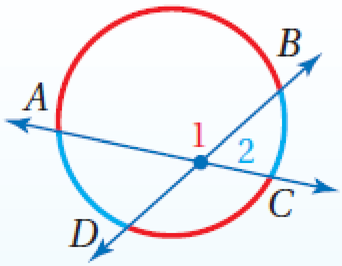


المضلّعات المحيطة بدائرة: يُحيط المضلّع بالدائرة، إذا كان كل ضلع من أضلاعه مماسًّا للدائرة.

مضلعات محيطة بدائرة	مضلعات ليست محيطة بدائرة
	

مقرر رياضيات (٢)

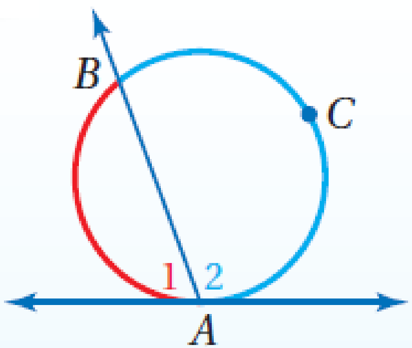
التعبير اللفظي: إذا تقاطع قاطعان أو وتران داخل دائرة، فإن قياس الزاوية المتكوّنة من التقاطع يساوي نصف مجموع قياسَي القوس المقابل لهذه الزاوية والقوس المقابل للزاوية التي تقابلها بالرأس.



مثال: $m\angle 1 = \frac{1}{2}(m\widehat{AB} + m\widehat{CD})$ و $m\angle 2 = \frac{1}{2}(m\widehat{DA} + m\widehat{BC})$

نظرية الزاوية المماسية

التعبير اللفظي: إذا تقاطع مماس وقاطع عند نقطة التماس، فإن قياس كل زاوية متكونة من التقاطع يساوي نصف قياس القوس المقابل لها.



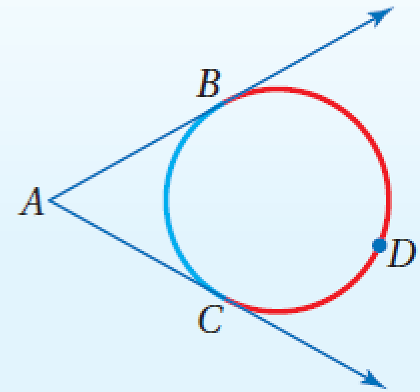
مثال: $m\angle 1 = \frac{1}{2}m\widehat{AB}$ و $m\angle 2 = \frac{1}{2}m\widehat{ACB}$

مقرر رياضيات (٢)

التقاطع خارج الدائرة: يمكن أن يتقاطع قاطعان أو قاطع ومماس أو مماسان خارج الدائرة أيضًا، وهنا يرتبط قياس الزوايا المتكونة بقياسَي القوسين المقابلين لها.

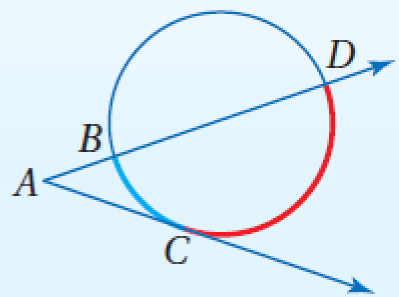
التعبير اللفظي: إذا تقاطع قاطعان أو قاطع ومماس أو مماسان في نقطة خارج دائرة، فإن قياس الزاوية المتكوّنة يساوي نصف الفرق الموجب بين قياسَي القوسين المقابلين لها.

أمثلة:



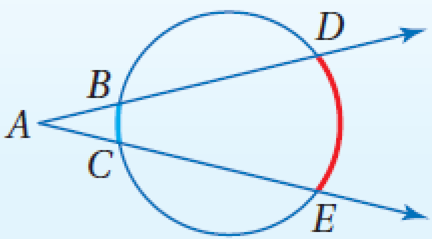
مماسان

$$m\angle A = \frac{1}{2}(m\widehat{BDC} - m\widehat{BC})$$



قاطع ومماس

$$m\angle A = \frac{1}{2}(m\widehat{DC} - m\widehat{BC})$$

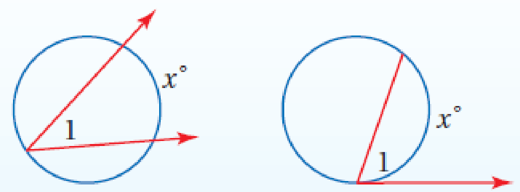
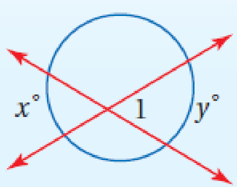
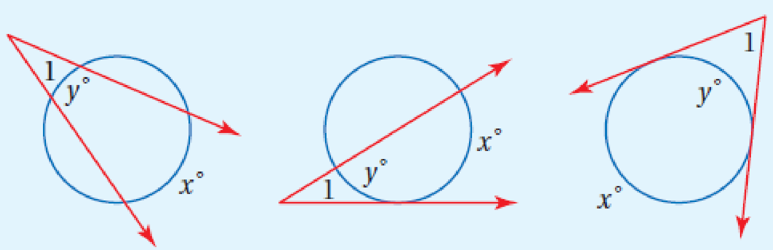


قاطعان

$$m\angle A = \frac{1}{2}(m\widehat{DE} - m\widehat{BC})$$

مقرر رياضيات (٢)

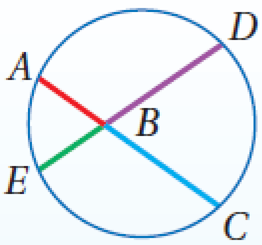
الدائرة وعلاقات الزوايا

موقع رأس الزاوية	نماذج	قياس الزاوية
على الدائرة		نصف قياس القوس المقابل $m\angle 1 = \frac{1}{2} x^\circ$
داخل الدائرة		نصف مجموع قياسَي القوس المقابل للزاوية، والقوس المقابل للزاوية التي تقابلها بالرأس. $m\angle 1 = \frac{1}{2}(x^\circ + y^\circ)$
خارج الدائرة		نصف الفرق الموجب بين قياسَي القوسين المقابلَين لها $m\angle 1 = \frac{1}{2}(x^\circ - y^\circ)$

مقرر رياضيات (٢)

نظرية قِطَع الوتر

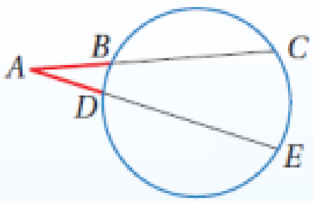
التعبير اللفظي: إذا تقاطع وتران في دائرة، فإن حاصل ضرب طولي جزأي الوتر الأول يساوي حاصل ضرب طولَي جزأي الوتر الثاني.



مثال: $AB \cdot BC = DB \cdot BE$

نظرية القاطع

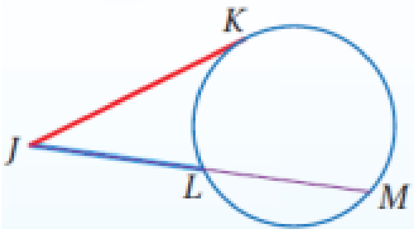
التعبير اللفظي: إذا رُسم قاطعان لدائرة من نقطة خارجها، فإن حاصل ضرب طول القاطع الأول في طول الجزء الخارجي منه، يساوي حاصل ضرب طول القاطع الثاني في طول الجزء الخارجي منه.



مثال: $AC \cdot AB = AE \cdot AD$

مقرر رياضيات (٢)

التعبير اللفظي: إذا رُسم مماسٌ وقاطع لدائرة من نقطة خارجها، فإن مربع طول المماس يساوي حاصل ضرب طول القاطع في طول الجزء الخارجي منه.

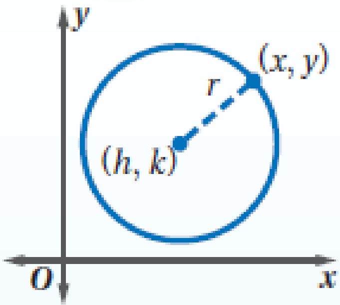


مثال: $JK^2 = JL \cdot JM$

الصيغة القياسية لمعادلة الدائرة

الصيغة القياسية لمعادلة الدائرة التي مركزها (h, k) ، وطول نصف قطرها r هي: $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$.

الصيغة القياسية لمعادلة الدائرة تُسمى أيضًا صيغة المركز ونصف القطر.



مقرر رياضيات (٢)

الدائرة ومحيطها (الدرس 8-1)

- محيط الدائرة يساوي πd أو $2\pi r$.

الزوايا والأقواس والأوتار والزوايا المحيطية
(الدروس 8-2 إلى 8-4)

- مجموع قياسات الزوايا المركزية في الدائرة يساوي $360°$
- طول القوس يتناسب تناسبًا طرديًّا مع محيط الدائرة.
- قطر الدائرة العمودي على وترٍ فيها، ينصفه وينصف القوسين المقابلين لهذا الوتر.
- قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس القوس الذي تقابله.

المماس والقاطع وقياسات الزوايا
(الدرسان 8-5 , 8-6)

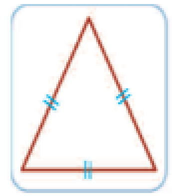
- يقطع المماس الدائرة في نقطةٍ واحدةٍ بالضبط، ويكون عموديًّا على نصف القطر المار بنقطة التماس.
- مماسَّا الدائرة المرسومان من نقطة واحدة خارجها يكونان متطابقين.
- قياس الزاوية المتكوّنة من تلاقي قاطعين خارج الدائرة، يساوي نصف الفرق الموجب بين قياسَي القوسين المقابلين لها.
- قياس الزاوية المتكوّنة من قاطعٍ ومماسٍّ يساوي نصف قياس القوس المقابل لهذه الزاوية.

قطع مستقيمة خاصة في الدائرة ومعادلة الدائرة
(الدرسان 8-7 , 8-8)

- يمكن إيجاد أطوال الأوتار المتقاطعة في الدائرة باستعمال حاصل ضرب أطوال أجزاء هذه الأوتار.
- معادلة الدائرة التي مركزها (h, k) ونصف قطرها r هي: $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$.

مقرر رياضيات (٢)

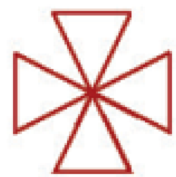
في الشـــكل المجاور، رتبة التماثل الدوراني تساوي ..



Ⓐ 1 .　　Ⓑ 2 .

Ⓒ 3 .　　Ⓓ 4 .

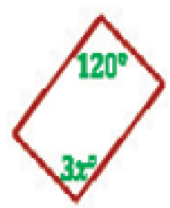
في الشـــكل المجاور، مقدار التماثل الدوراني تساوي ..



A 60°　　B 90°

C 120°　　D 360°

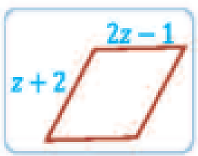
قيمة x في متوازي الأضلاع المجاور تساوي ..



A 30　　B 40

C 50　　D 60

قيمة z التي تجعل متوازي الأضلاع المجاور معينًا ..



Ⓐ 1 .　　Ⓑ 2 .

Ⓒ 3 .　　Ⓓ 4 .

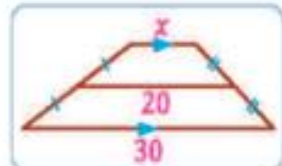
أيُّ العبارات التالية صحيحة دائمًا؟

A كل متوازي أضلاع مربع　　B كل مستطيل مربع

C كل مستطيل متوازي أضلاع　　D كل متوازي أضلاع مستطيل

مقرر رياضيات (٢)

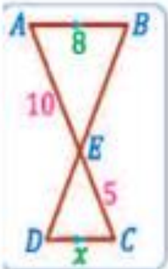
◀ في شبه المنحرف المجاور؛ قيمة x تساوي ..



Ⓐ 10 .　　Ⓑ 20 .

Ⓒ 30 .　　Ⓓ 50 .

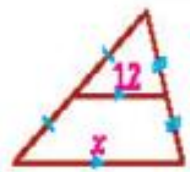
◀ في الشكل المجاور؛ إذا كان $\Delta ABE \sim \Delta CDE$ فإن قيمة x تساوي ..



Ⓐ 4 .　　Ⓑ 5 .

Ⓒ 8 .　　Ⓓ 10 .

◀ قيمة x في الشكل المجاور تساوي ..



A $\frac{1}{2}$　　B 6

C 12　　D 24

◀ النقطة $(7, -5)$ هي صورة النقطة $(-7, 5)$ بالانعكاس حول ..

Ⓐ المحور x .　　Ⓑ المحور y .

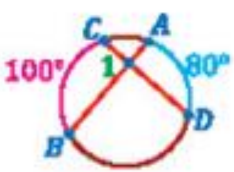
Ⓒ المستقيم $y = x$.　　Ⓓ نقطة الأصل.

◀ في الشــكل المجاور؛ إذا كانت النسبة بين قياسات زواياه هي 3 : 4 : 5 : 6 فإن قياس أكبر زاوية ..

Ⓐ 60° .　　Ⓑ 100° .

Ⓒ 120° .　　Ⓓ 150° .

◀ في الشــكل المجاور؛ إذا كان $m\widehat{AD} = 80°$, $m\widehat{CB} = 100°$ فإن قيمة $m\angle 1$ تساوي ..

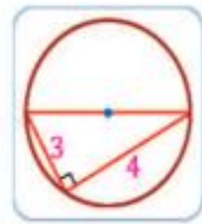


A 80°　　B 90°

C 100°　　D 180°

مقرر رياضيات (٢)

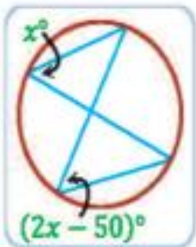
في الشكل المجاور؛ محيط الدائرة يساوي ..



Ⓐ 2.5π . Ⓑ 5π .

Ⓒ 10π . Ⓓ 25π .

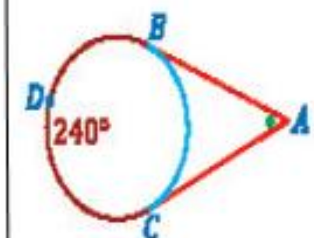
في الشكل المجاور؛ قيمة x تساوي ..



Ⓐ 25 . Ⓑ 50 .

Ⓒ 100 . Ⓓ 120 .

في الشكل المجاور؛ $m\angle A$ يساوي ..



A $60°$ B $80°$

C $120°$ D $240°$

إذا كانت $A`B`$ صـــورة AB بتمدد معامله k وكان $A`B` = 6$ cm و $AB = 4$ cm فإن معامل التمدد k يساوي ..

A $\frac{2}{3}$ B $\frac{3}{2}$

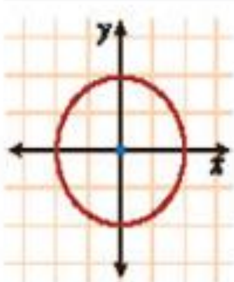
C 4 D 6

طول قطر الدائرة $(x-3)^2+(y-6)^2=16$ يساوي ..

A 3 وحدات B 4 وحدات

C 8 وحدات D 16 وحدة

معادلة الدائرة المبينة في الشكل المجاور هي ..



A $x^2+y^2=2$ B $x^2+y^2=4$

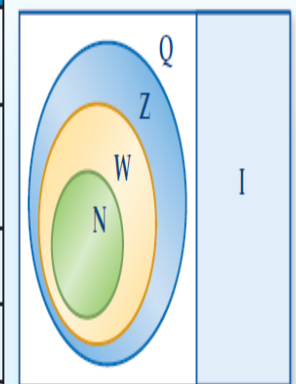
C $x^2+y^2=6$ D $x^2+y^2=8$

مقرر رياضيات (٣)

الفصل (١): الدوال و المتباينات:

مجموعة الأعداد الحقيقية

الأعداد الحقيقيّة R



الرمز	المجموعة	أمثلة
Q	الأعداد النسبية	$0.125, -\frac{7}{8}, \frac{2}{3} = 0.66...$
I	الأعداد غير النسبية	$\pi = 3.14159...$ $\sqrt{3} = 1.73205...$
Z	الأعداد الصحيحة	$-5, 17, -23, 8$
W	الأعداد الكلية	$2, 96, 0, \sqrt{36}$
N	الأعداد الطبيعية	$3, 17, 6, 86$

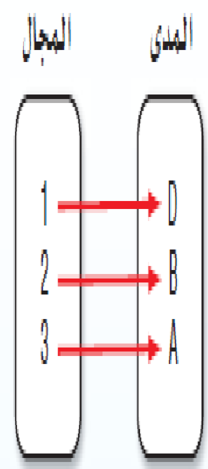
خصائص الأعداد الحقيقية

الخاصية	الجمع	الضرب
التبديلية	$a + b = b + a$	$a \cdot b = b \cdot a$
التجميعية	$(a + b) + c = a + (b + c)$	$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$
العنصر المحايد	$a + 0 = a = 0 + a$	$a \cdot 1 = a = 1 \cdot a$
النظير	$a + (-a) = 0 = (-a) + a$	$a \cdot \frac{1}{a} = 1 = \frac{1}{a} \cdot a, a \neq 0$
الانغلاق	$(a + b)$ عدد حقيقي	$(a \cdot b)$ عدد حقيقي
التوزيع	$a(b + c) = ab + ac, (b + c)a = ba + ca$	

مقرر رياضيات (٣)

الدالة المتباينة

الدالة المتباينة: هي دالة يرتبط فيها كل عنصر من المجال بعنصر مختلف من المدى، وهذا يعني أنه لايمكن أن يرتبط عنصران من المجال بالعنصر نفسه من المدى.

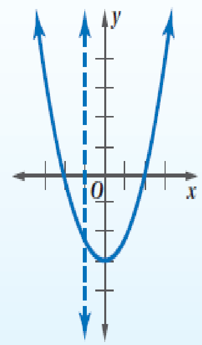


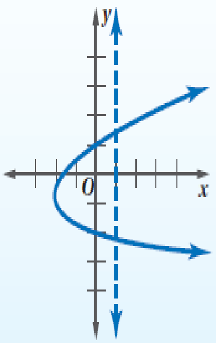
اختبار الخط الرأسي

التعبير اللفظي: إذا لم يقطع أي خط رأسي التمثيل البياني للعلاقة بأكثر من نقطة، فالعلاقة دالة.

إذا قطع خط رأسي التمثيل البياني للعلاقة في أكثر من نقطة فالعلاقة ليست دالة.

النموذج:





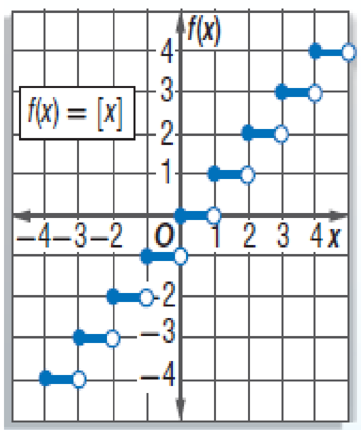
مقرر رياضيات (٣)

الدالة المتعددة التعريف

هي الدالة التي تكتب باستعمال عبارتين أو أكثر. و عند تمثيل الدالة المتعددة التعريف بيانياً توضع دائرة صغيرة مظللة عند الطرف لتشير إلى أن النقطة تنتمي إلى التمثيل البياني ، و توضع دائرة غير مظللة لتشير إلى أن النقطة لا تنتمي إلى التمثيل البياني.

الدالة الرئيسة (الأم): $f(x) = [x]$ ، وتُعرَّف على النحو التالي:

$$f(x) = \begin{cases} \vdots & \\ -1 & -1 \le x < 0 \\ 0 & 0 \le x < 1 \\ 1 & 1 \le x < 2 \\ 2 & 2 \le x < 3 \\ \vdots & \end{cases}$$



شكل التمثيل البياني: قطع مستقيمة أفقية.

المجال: مجموعة الأعداد الحقيقية

المدى: مجموعة الأعداد الصحيحة

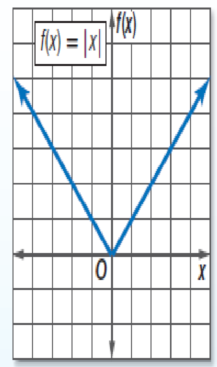
المقطعان: $f(x) = 0$ حيث $0 \le x < 1$, $x = 0$

مقرر رياضيات (٣)

دالة القيمة المطلقة

الدالة الرئيسة (الأم): $f(x) = |x|$، وتُعرَف على النحو الآتي:

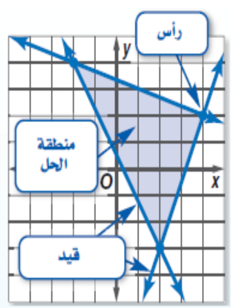
$$f(x) = \begin{cases} x & , \quad x > 0 \\ 0 & , \quad x = 0 \\ -x & , \quad x < 0 \end{cases}$$



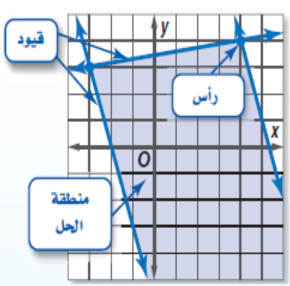
شكل التمثيل البياني:	على شكل حرف V
المجال:	مجموعة الأعداد الحقيقية
المدى:	مجموعة الأعداد الحقيقية غير السالبة
المقطعان:	$x = 0, f(x) = 0$
ولايمكن أن تكون:	$f(x) < 0$

منطقة الحل ←

البرمجة الخطية : هي طريقة لإيجاد القيمة العظمى أو الصغرى لدالة ما تحت قيود معينة كل منها عبارة عن متباينة خطية ، و ذلك بعد تمثيل نظام المتباينات بيانياً، و تقع القيمة العظمى أو الصغرى إن وجدت للدالة ذات الصلة دائماً عند أحد رؤوس منطقة الحل .



إذا كانت منطقة الحل محدودة (مغلقة) أو محصورة بقيود كما في الشكل أعلاه، فإن القيمة العظمى و القيمة الصغرى للدالة تظهر دائمًا عند رؤوس منطقة الحل.



إذا كانت منطقة الحل مفتوحة وممتدة، فهي بذلك غير محدودة، ويمكن أن تحتوي على قيمة عظمى أو قيمة صغرى.

مقرر رياضيات (٣)

الفصل 1

دليل الدراسة والمراجعة

ملخص الفصل

مفاهيم أساسية

خصائص الأعداد الحقيقية (الدرس 1-1)

- تُقسم مجموعة الأعداد الحقيقية إلى مجموعتين، هما: مجموعة الأعداد النسبية (Q)، ومجموعة الأعداد غير النسبية (I). أما مجموعة الأعداد النسبية فتحوي: مجموعة الأعداد الصحيحة (Z)، ومجموعة الأعداد الكلية (W)، ومجموعة الأعداد الطبيعية (N).

العلاقات والدوال (الدرس 1-2)

- الدالة هي علاقة يرتبط فيها كل عنصر في المجال بعنصر واحد فقط في المدى.

دوال خاصة (الدرس 1-3)

- الدالة المتعددة التعريف: هي الدالة التي تكتب باستعمال أكثر من عبارة.

تمثيل المتباينات الخطية ومتباينات القيمة المطلقة بيانيًا (الدرس 1-4)

- يمكنك تمثيل المتباينة باتباع الخطوات الآتية:

الخطوة 1: مثل المعادلة الخطية المرتبطة بها، وحدد إذا كان حد المتباينة متقطعًا أو متصلًا.

الخطوة 2: اختر نقطة لا تقع على حد المتباينة واختبرها إن كانت تحقق المتباينة أم لا.

الخطوة 3: إذا كانت النقطة تحقق المتباينة، فظلّل المنطقة التي تحتوي على النقطة. وإلا فظلّل المنطقة الأخرى.

حل أنظمة المتباينات الخطية بيانيًا (الدرس 1-5)

- يمكن إيجاد حل نظام متباينات خطية عن طريق تمثيل المتباينات بيانيًا وإيجاد منطقة الحل، وهي المنطقة المشتركة بين حلول متباينات النظام، وإذا لم يكن هناك منطقة مشتركة فإن مجموعة الحل هي Ø.

البرمجة الخطية والحل الأمثل (الدرس 1-6)

- إيجاد القيمة الصغرى أو العظمى لدالة في منطقة على المستوى الإحداثي يحددها نظام متباينات يمثل قيودًا على الدالة.
- إيجاد الحل الأمثل يعني إيجاد السعر أو الكمية التي تجعل الربح أكبر ما يمكن، أو التكلفة أقل ما يمكن.

المطويات | منظم أفكار

تأكد من أن المفاهيم الأساسية مدونة في مطويتك.

المفردات

- الأعداد الحقيقية (12)
- الأعداد النسبية (12)
- الأعداد غير النسبية (12)
- الأعداد الصحيحة (12)
- الأعداد الكلية (12)
- الأعداد الطبيعية (12)
- الدالة المتباينة (18)
- العلاقة المنفصلة (19)
- العلاقة المتصلة (19)
- اختبار الخط الرأسي (17)
- المتغير المستقل (21)
- المتغير التابع (21)
- رمز الدالة (21)
- الدالة المتعددة التعريف (25)
- الدالة المتعددة التعريف الخطية (26)
- الدالة الدرجية (24)
- دالة أكبر عدد صحيح (26)
- دالة القيمة المطلقة (27)
- المتباينة الخطية (32)
- الحد (32)
- منطقة الحل (32)
- نظام المتباينات الخطية (37)
- القيود (44)
- البرمجة الخطية (44)
- محدودة (44)
- غير محدودة (44)
- الحل الأمثل (46)

اختبار المفردات

حدد إذا كانت كل من العبارتين صحيحة أم خاطئة ؟

1) $\sqrt{12}$ ينتمي إلى مجموعة الأعداد النسبية.

2) تحوي مجموعة الأعداد النسبية على الكسور العشرية المنتهية والدورية.

اختر المصطلح المناسب لإكمال كل جملة فيما يأتي:

3) تكون الدالة (منفصلة، متباينة) إذا كان كل عنصر في المجال مرتبطًا بعنصر مختلف في المدى، على أن لا يكون لأكثر من عنصر في المجال الصورة نفسها.

4) (مجال، مدى) العلاقة هو مجموعة إحداثيات x للأزواج المرتبة التي تكوّن العلاقة.

5) تُسمى الدالة التي تكتب باستعمال تعبيرين أو أكثر دالة (خطية، متعددة التعريف).

أكمل كل جملة فيما يأتي بالمصطلح المناسب:

6) ________ هي طريقة لإيجاد القيمة الصغرى أو العظمى لدالة تحت شروط معينة يُعبّر عنها بنظام من المتباينات.

7) إيجاد ________ يعني إيجاد السعر الأفضل أو التكلفة الأنسب باستعمال البرمجة الخطية.

8) تُسمى منطقة الحل المفتوحة ________

مقرر رياضيات (٣)

الفصل (٢): المصفوفات

المصفوفة : هي ترتيب على هيئة مستطيل لمتغيرات أو أعداد في صفوف أفقية و أعمدة رأسية،محصورة بين قوسين.

بعض المصفوفات لها تسميات خاصة

مصفوفة صف
تحوي صفًا واحدًا.

$$\begin{bmatrix} 8 & -5 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

مصفوفة عمود
تحوي عمودًا واحدًا.

$$\begin{bmatrix} 8 \\ -1 \end{bmatrix}$$

المصفوفة المربعة
عدد الصفوف فيها يساوي عدد الأعمدة.

$$\begin{bmatrix} -4 & 2 \\ -3 & 9 \end{bmatrix}$$

المصفوفة الصفرية
جميع عناصرها أصفار.

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

تكون **المصفوفتان متساويتين** إذا كانتا من الرتبة نفسها ، وتساوت عناصرهما المتناظرة.

$$\begin{bmatrix} -3 & 4 \\ 6 & 3 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} 4 & 3 & 2 \\ -3 & 6 & 5 \end{bmatrix}$$

المصفوفتان لهما رتبتان مختلفتان.

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 6 & -5 \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 4 & -5 \end{bmatrix}$$

ليست جميع العناصر المتناظرة متساوية.

$$\begin{bmatrix} 5 & 6 & 0 \\ 0 & 7 & 2 \\ 3 & 1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 6 & 0 \\ 0 & 7 & 2 \\ 3 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

المصفوفتان متساويتان.

مقرر رياضيات (٣)

العمليات على المصفوفات

جمع المصفوفات

التعبير اللفظي: إذا كانت $\underline{A}, \underline{B}$ مصفوفتين من الرتبة $m \times n$ فإن $\underline{A}+\underline{B}$ هي مصفوفة أيضًا من الرتبة $m \times n$ ويكون كل عنصر فيها هو مجموع العنصرين المتناظرين في $\underline{A}$ و $\underline{B}$، وكذلك $\underline{A}-\underline{B}$ هي مصفوفة من الرتبة $m \times n$ أيضًا، وتحصل عليها بطرح العناصر المتناظرة.

الرموز: لتكن: $\underline{A} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}, \underline{B} = \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix}$

فإن: $\underline{A}+\underline{B} = \begin{bmatrix} a+e & b+f \\ c+g & d+h \end{bmatrix}, \underline{A}-\underline{B} = \begin{bmatrix} a-e & b-f \\ c-g & d-h \end{bmatrix}$

مثال: $\begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 1 & 7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -9 & 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3+2 & -5+0 \\ 1+(-9) & 7+10 \end{bmatrix}$

ضرب المصفوفة في عدد ثابت

التعبير اللفظي: حاصل ضرب مصفوفة $\underline{A}$ من الرتبة $m \times n$ في عدد ثابت k هي مصفوفة $k\underline{A}$ من الرتبة $m \times n$ وكل عنصر فيها يساوي العنصر المناظر له في المصفوفة $\underline{A}$ مضروبًا في العدد الثابت k

الرموز: إذا كانت $\underline{A} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ و k عدد ثابت فإن:

$$k \cdot \underline{A} = k \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ka & kb \\ kc & kd \end{bmatrix}$$

مثال: $-3 \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 7 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3(4) & -3(1) \\ -3(7) & -3(-2) \end{bmatrix}$

مقرر رياضيات (٣)

ضرب المصفوفات

التعبير اللفظي: العنصر في الصف m والعمود r من المصفوفة $\underline{AB}$ هو مجموع نواتج ضرب العناصر في الصف m من المصفوفة $\underline{A}$ بعناصر العمود r من المصفوفة $\underline{B}$ بالترتيب.

الرموز:

$$\underline{A} \cdot \underline{B} = \underline{AB}$$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ae+bg & af+bh \\ ce+dg & cf+dh \end{bmatrix}$$

مثال:

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2x5+3x7 & 2x6+3x8 \\ 1x5+4x7 & 1x6+4x8 \end{bmatrix}$$

خصائص ضرب المصفوفات

تعد الخصائص الآتية صحيحة لأي ثلاث مصفوفات $\underline{A}, \underline{B}, \underline{C}$ ولأي عدد k، على أن تكون عمليتا ضرب أو جمع أيٍّ منها معرفتين:

الخاصية التجميعية لضرب المصفوفات	$(\underline{AB})\underline{C} = \underline{A}(\underline{BC})$
الخاصية التجميعية لضرب المصفوفات في عدد	$k(\underline{AB}) = (k\underline{A})\underline{B} = \underline{A}(k\underline{B})$
خاصية التوزيع من اليسار للمصفوفات	$\underline{C}(\underline{A}+\underline{B}) = \underline{CA}+\underline{CB}$
خاصية التوزيع من اليمين للمصفوفات	$(\underline{A}+\underline{B})\underline{C} = \underline{AC}+\underline{BC}$

مقرر رياضيات (٣)

المحددات: كل مصفوفة مربعة لها محددة،و تسمى محددة المصفوفة من النوع ٢×٢ محددة الدرجة الثانية

محددة الدرجة الثانية

التعبيراللفظي: يرمز لمحدّدة المصفوفة $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ بالرمز $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ وقيمتها تساوي حاصل ضرب عنصري القطر الرئيس مطروحًا منه حاصل ضرب عنصري القطر الآخر.

بالرمـوز: $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - cb$

القطر الرئيس

مثال: $\begin{vmatrix} 4 & 5 \\ -3 & 6 \end{vmatrix} = 4(6) - (-3)(5) = 39$

مقرر رياضيات (٣)

محددة الدرجة الثالثة

الطريقة الأولى: باستعمال قاعدة الأقطار

خطوة 1: أعد كتابة العمود الأول والثاني عن يمين المحدّدة.

خطوة 2: أوجد حاصل ضرب عناصر القطر الرئيس وثلاثيات العناصر على الموازيات المبينة ثم اجمع.

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} \begin{matrix} a & b \\ d & e \\ g & h \end{matrix}$$

خطوة 3: أوجد حاصل ضرب عناصر القطر الآخر وثلاثيات العناصر على الموازيات المبينة ثم اجمع.

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} \begin{matrix} a & b \\ d & e \\ g & h \end{matrix}$$

خطوة 4: لإيجاد قيمة المحدّدة نطرح ناتج الخطوة 3 من ناتج الخطوة 2 .

الطريقة الثانية: باستعمال محدّدة المصفوفة 2 x 2 .

$$a \cdot \begin{vmatrix} e & f \\ h & i \end{vmatrix} - b \begin{vmatrix} d & f \\ g & i \end{vmatrix} + c \begin{vmatrix} d & e \\ g & h \end{vmatrix}$$

قاعدة كرامر

إذا كانت C مصفوفة المعاملات للنظام $\begin{matrix} ax + by = m \\ fx + gy = n \end{matrix}$ ، حيث $\underline{C} = \begin{vmatrix} a & b \\ f & g \end{vmatrix}$

فإن حل هذا النظام هو $x = \dfrac{\begin{vmatrix} m & b \\ n & g \end{vmatrix}}{|\underline{C}|}$ و $y = \dfrac{\begin{vmatrix} a & m \\ f & n \end{vmatrix}}{|\underline{C}|}$ ، وذلك إذا كانت $|\underline{C}| \neq 0$.

استعمال قاعدة كرامر لحل نظام من ثلاث معادلات

إذا كانت C مصفوفة المعاملات للنظام $\begin{matrix} ax + by + cz = m \\ fx + gy + hz = n \\ jx + ky + \ell z = p \end{matrix}$ ، حيث $\underline{C} = \begin{vmatrix} a & b & c \\ f & g & h \\ j & k & \ell \end{vmatrix}$

فإن حل هذا النظام هو

$$x = \dfrac{\begin{vmatrix} m & b & c \\ n & g & h \\ p & k & \ell \end{vmatrix}}{|\underline{C}|}, y = \dfrac{\begin{vmatrix} a & m & c \\ f & n & h \\ j & p & \ell \end{vmatrix}}{|\underline{C}|}, z = \dfrac{\begin{vmatrix} a & b & m \\ f & g & n \\ j & k & p \end{vmatrix}}{|\underline{C}|}$$

وذلك إذا كانت $|\underline{C}| \neq 0$.

مقرر رياضيات (٣)

مصفوفة الوحدة: هي مصفوفة مربعة جميع عناصر قطرها الرئيس تساوي واحد و الباقي أصفار.

مصفوفة وحدة من النوع 2 x 2

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

مصفوفة وحدة من النوع 3 x 3

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

النظير الضربي للمصفوفة من النوع ٢×٢

النظير الضربي للمصفوفة $\underline{A} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ هو $\underline{A}^{-1} = \frac{1}{|\underline{A}|}\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$،

وذلك إذا كانت $|\underline{A}| \neq 0$.

المعادلات المصفوفية: هو استعمال المصفوفات لتمثيل نظام من المعادلات وحله.

$$\begin{matrix} ax + by = m \\ fx + gy = n \end{matrix} \rightarrow \begin{bmatrix} ax + by \\ fx + gy \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m \\ n \end{bmatrix}$$

ويمكنك التعبير عما سبق بالمعادلة المصفوفية الآتية:

$$\underline{A} \cdot \underline{X} = \underline{B}$$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ f & g \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m \\ n \end{bmatrix}$$

مصفوفة المعاملات

مصفوفة المتغيرات
المتغيرات في النظام فقط

مصفوفة الثوابت
الثوابت في النظام فقط

مقرر رياضيات (٣)

الفصل 2

دليل الدراسة والمراجعة

ملخص الفصل

المفاهيم الأساسية

المصفوفات (الدرس 2-1)

- المصفوفة: هي ترتيب على هيئة مستطيل لمتغيرات أو أعداد في صفوف أفقية وأعمدة رأسية بين قوسين.
- المصفوفات المتساوية لها الرتبة نفسها، وعناصرها المتناظرة متساوية.

العمليات على المصفوفات (الدرسان 2-2 و 2-3)

- يمكن جمع المصفوفات أو طرحها إذا كان لهما الرتبة نفسها. وذلك بجمع العناصر المتناظرة أو طرحها.
- لضرب مصفوفة في عدد ثابت k، اضرب كل عنصر من عناصر المصفوفة في هذا العدد.
- يمكن ضرب مصفوفتين إذا كان عدد أعمدة الأولى يساوي عدد صفوف الثانية.

المحددات وقاعدة كرامر (الدرس 2-4)

- قيمة محددة المصفوفة المربعة من الرتبة 2×2 تساوي حاصل ضرب عنصري القُطر الرئيس مطروحًا منه حاصل ضرب عنصري القُطر الآخر.
- تستعمل المحددات في حل أنظمة المعادلات الخطية، وفي إيجاد مساحة مثلث علمت إحداثيات رؤوسه.

النظير الضربي للمصفوفة وأنظمة المعادلات الخطية (الدرس 2-5)

- مصفوفة الوحدة هي مصفوفة مربعة عناصر القطر الرئيس فيها العدد 1 وباقي العناصر أصفار.
- تكون كل من المصفوفتين نظيرًا ضربيًا للأخرى إذا كان حاصل ضربهما يعطي مصفوفة الوحدة.
- لحل معادلة مصفوفية من الشكل $\underline{B} = \underline{AX}$، أوجد النظير الضربي لمصفوفة المعاملات، ثم اضرب طرفي المعادلة فيه.

المطويات منظم أفكار

تأكد من أن المفاهيم الأساسية مدونة في مطويتك.

المفردات

المصفوفة (62)	محددة الدرجة الثانية (83)
العنصر (62)	محددة الدرجة الثالثة (84)
الرتبة (62)	قاعدة الأقطار (84)
مصفوفة الصف (63)	مصفوفة المعاملات (86)
مصفوفة العمود (63)	قاعدة كرامر (86)
المصفوفة المربعة (63)	مصفوفة الوحدة (91)
المصفوفة الصفرية (63)	النظير الضربي للمصفوفة (91)
المصفوفات المتساوية (63)	المعادلة المصفوفية (93)
جمع مصفوفتين (69)	مصفوفة الثوابت (93)
طرح مصفوفتين (69)	مصفوفة المتغيرات (93)
ضرب المصفوفة في عدد ثابت (70)	مصفوفة المعاملات (93)
المحددة (83)	

اختبر مفرداتك

اختر الكلمة المناسبة من المفردات أعلاه لتكمل كل جملة فيما يأتي:

1) الترتيب على هيئة مستطيل لمتغيرات أو أعداد في صفوف أفقية وأعمدة رأسية تكتب بين قوسين يسمى ________.

2) عملية ضرب جميع عناصر المصفوفة في عدد تسمى ________.

3) تُسمى المصفوفة التي تحوي الثوابت في نظام المعادلات ________.

4) كل قيمة في المصفوفة تُسمى ________.

5) يُسمى عدد الصفوف × عدد الأعمدة في المصفوفة ________ المصفوفة.

6) المصفوفة المربعة التي عناصر القطر الرئيس فيها العدد 1 وباقي العناصر أصفار هي ________.

7) المصفوفة التي جميع عناصرها أصفار هي ________.

8) قيمة ________ المصفوفة $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$ تساوي -1.

9) إذا كان حاصل ضرب مصفوفتين هو مصفوفة الوحدة، فإن كلتا المصفوفتين تكون ________ للأخرى.

مقرر رياضيات (٣)

الفصل (٣): كثيرات الحدود و دوالها :

الأعداد التخيلية البحتة : هي جذور تربيعية لأعداد حقيقية سالبة.

لأي عدد حقيقي موجب b فإن :

$$\sqrt{-b^2} = \sqrt{b^2} \cdot \sqrt{-1} = bi$$

$i^1 = i$	$i^2 = -1$	$i^3 = i^2 \cdot i = -i$	$i^4 = (i^2)^2 = 1$
$i^5 = (i^2)^2 \cdot i = i$	$i^6 = (i^2)^3 = -1$	$i^7 = (i^2)^3 \cdot i = -i$	$i^8 = (i^2)^4 = 1$

الأعداد المركبة (C)

التعبير اللفظي: العدد المركب هو أي عدد يمكن كتابته على الصورة $a + bi$؛ حيث a وb عددان حقيقيان، وi الوحدة التخيلية، ويسمى a الجزء الحقيقي، وb الجزء التخيلي.

مثالان: $5 + 2i$ ، $1 - 3i = 1 + (-3)i$

مقرر رياضيات (٣)

تساوي الأعداد المركبة :

يتساوى عددان مركبان إذا وفقط إذا تساوى الجزأين الحقيقيين، والجزأين التخيليين؛ أيْ أن:
$a + bi = c + di$ إذا وفقط إذا كان $a = c, b = d$.

الأعداد المركبة المترافقة:

يسمى العددان المركبان $a - bi$, $a + bi$ مركبين مترافقين، وناتج ضربهما هو عدد حقيقي دائمًا على الصورة $a^2 + b^2$. ويمكنك استعمال هذه الحقيقة لإيجاد ناتج قسمة عددين مركّبين.

مقرر رياضيات (٣)

القانون العام لحل المعادلات التربيعية ←

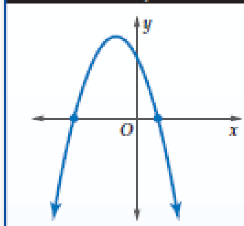
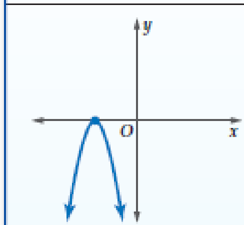
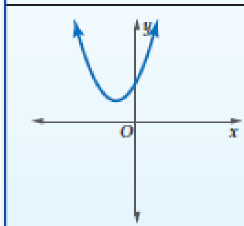
التعبير اللفظي: يمكن حل المعادلة التربيعية المكتوبة على الصورة: $ax^2+bx+c=0,\ a\neq 0$ باستعمال القانون:

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

مثال: $x^2+5x+6=0 \rightarrow x=\dfrac{-5\pm\sqrt{5^2-4(1)(6)}}{2(1)}$

المميز →

في المعادلة $ax^2+bx+c=0$ ، حيث a, b, c أعداد نسبية، $a\neq 0$.

قيمة المميز	عدد الجذور وأنواعها	مثال على التمثيل البياني للدالة المرتبطة بالمعادلة
$b^2-4ac>0$ ، والعبارة b^2-4ac مربع كامل .	جذران حقيقيان نسبيان	
$b^2-4ac>0$ ، والعبارة b^2-4ac ليست مربعًا كاملًا.	جذران حقيقيان غير نسبيين	
$b^2-4ac=0$	جذر حقيقي مكرر مرتين	
$b^2-4ac<0$	جذران مركبان	

مقرر رياضيات (٣)

خصائص الأسس

لأي عددين حقيقيين x, y وعددين صحيحين a, b:

الخاصية	التعريف	مثال
ضرب القوى	$x^a \cdot x^b = x^{a+b}$	$3^2 \cdot 3^4 = 3^{2+4} = 3^6$ $p^2 \cdot p^9 = p^{2+9} = p^{11}$
قسمة القوى	$\frac{x^a}{x^b} = x^{a-b}$ ، حيث $x \neq 0$	$\frac{9^5}{9^2} = 9^{5-2} = 9^3$ $\frac{b^6}{b^4} = b^{6-4} = b^2$
الأس السالب	$\frac{1}{x^{-a}} = x^a$ ، $x^{-a} = \frac{1}{x^a}$، حيث $x \neq 0$	$3^{-5} = \frac{1}{3^5}$ $\frac{1}{b^{-7}} = b^7$
قوة القوة	$(x^a)^b = x^{ab}$	$(3^3)^2 = 3^{3 \cdot 2} = 3^6$ $(d^2)^4 = d^{2 \cdot 4} = d^8$
قوة ناتج الضرب	$(xy)^a = x^a y^a$	$(2k)^4 = 2^4 k^4 = 16k^4$ $(ab)^3 = a^3 b^3$
قوة ناتج القسمة	$\left(\frac{x}{y}\right)^a = \frac{x^a}{y^a}, y \neq 0,$ $\left(\frac{x}{y}\right)^{-a} = \left(\frac{y}{x}\right)^a = \frac{y^a}{x^a}, x \neq 0, y \neq 0$	$\left(\frac{x}{y}\right)^2 = \frac{x^2}{y^2}$ $\left(\frac{a}{b}\right)^{-5} = \frac{b^5}{a^5}$
القوة الصفرية	$x^0 = 1, x \neq 0$	$7^0 = 1$

مقرر رياضيات (٣)

تبسيط وحيدات الحد:

تكون وحيدة الحد في أبسط صورة عندما:

- لا تتضمن قوى قوة.
- يظهر كل أساس مرة واحدة.
- تكون جميع الكسور المتضمنة في أبسط صورة.
- لا تتضمن أقواسًا أو أسسًا سالبة.

القسمة التركيبية

الخطوة 1: اكتب معاملات المقسوم بعد ترتيب حدوده تنازليًا بحسب درجتها. تأكد من أن المقسوم عليه على الصورة $x-r$، ثم اكتب الثابت r في الصندوق، واكتب المعامل الأول أسفل الخط الأفقي.

الخطوة 2: اضرب المعامل الأول في r، واكتب الناتج أسفل المعامل الذي يليه.

الخطوة 3: اجمع ناتج الضرب مع المعامل الذي فوقه.

الخطوة 4: كرر الخطوتين 3 , 2 على ناتج الجمع في الخطوة السابقة حتى تصل إلى ناتج جمع العددين في العمود الأخير. الأعداد في الصف الأخير تمثل معاملات ناتج القسمة، ودرجة الحد الأول أقل بواحد من درجة المقسوم، والعدد الأخير هو الباقي.

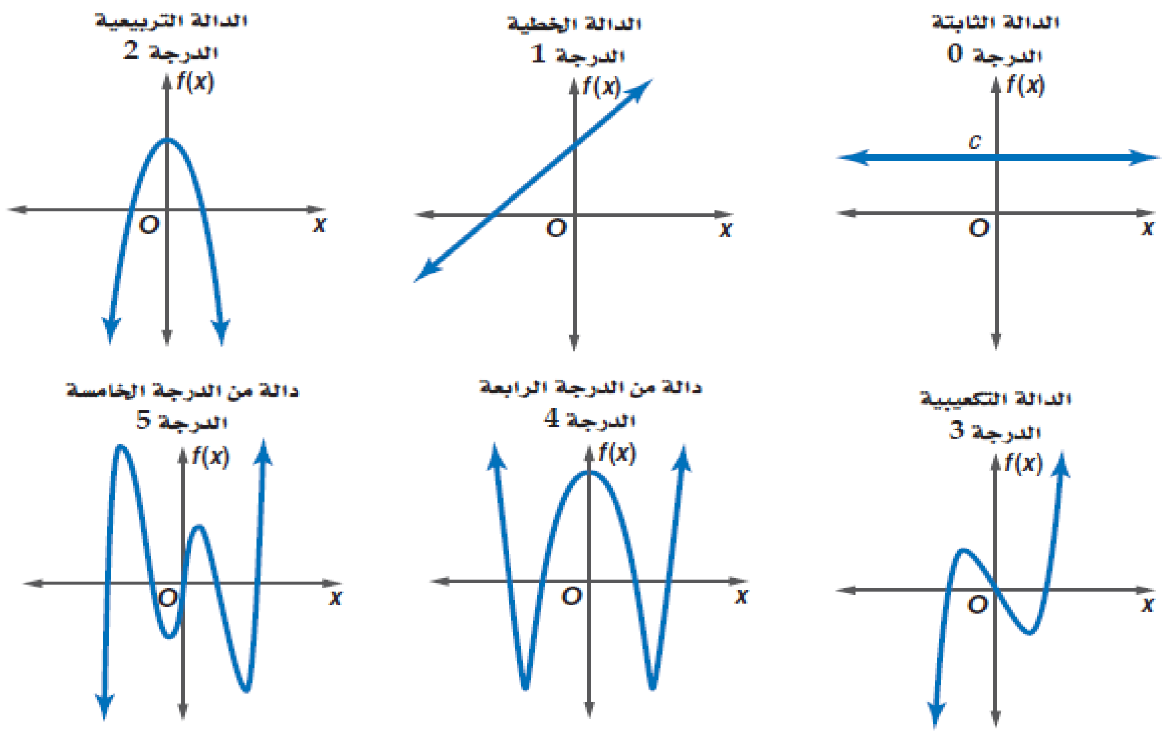
القسمة المطولة

خطوات خوارزمية قسمة كثيرة حدود على أخرى:

- اكتب كثيرة الحدود في كلٍّ من المقسوم والمقسوم عليه، بحيث تكون حدودها مرتبة ترتيبًا تنازليًا حسب درجتها.
- ابدأ بقسمة الحد الأول في المقسوم على الحد الأول في المقسوم عليه، وضع الإجابة في المكان المخصص لذلك.
- اضرب ناتج القسمة في الخطوة السابقة في المقسوم عليه، واكتب الإجابة تحت المقسوم، واطرحه من المقسوم.
- استمر بقسمة الحد الثاني ... إلخ، حتى تصل إلى أن يكون باقي القسمة 0، أو كثيرة حدود درجتها أقل من درجة المقسوم عليه.

مقرر رياضيات (٣)

التمثيل البياني لدوال كثيرات الحدود: التمثيل البياني لدالة كثيرة حدود يظهر أكبر عدد من المرات التي قد يقطع فيها هذا التمثيل المحور X

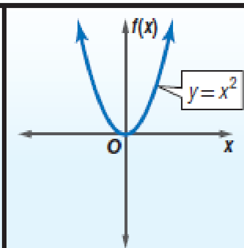


مقرر رياضيات (٣)

سلوك طرفي التمثيل البياني لدالة كثيرة الحدود

الدرجة : زوجية

المعامل الرئيس: موجب



المجال: مجموعة الأعداد الحقيقية

المدى: مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من أو التي تساوي القيمة الصغرى .

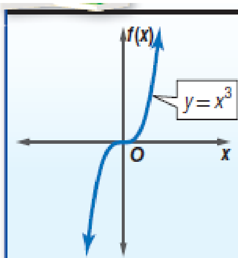
سلوك طرفي التمثيل البياني: (في الاتجاه نفسه)

$f(x) \to +\infty$ عندما $x \to -\infty$

$f(x) \to +\infty$ عندما $x \to +\infty$

الدرجة : فردية

المعامل الرئيس: موجب



المجال: مجموعة الأعداد الحقيقية

المدى: مجموعة الأعداد الحقيقية

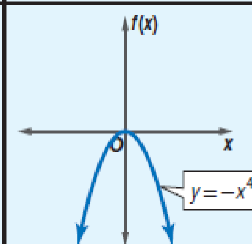
سلوك طرفي التمثيل البياني: (في اتجاهين مختلفين)

$f(x) \to -\infty$ عندما $x \to -\infty$

$f(x) \to +\infty$ عندما $x \to +\infty$

الدرجة : زوجية

المعامل الرئيس: سالب



المجال: مجموعة الأعداد الحقيقية

المدى: مجموعة الأعداد الحقيقية الأقل من أو التي تساوي القيمة العظمى

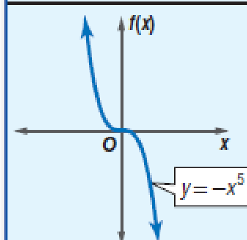
سلوك طرفي التمثيل البياني: (في الاتجاه نفسه)

$f(x) \to -\infty$ عندما $x \to -\infty$

$f(x) \to -\infty$ عندما $x \to +\infty$

الدرجة : فردية

المعامل الرئيس: سالب



المجال: مجموعة الأعداد الحقيقية

المدى: مجموعة الأعداد الحقيقية

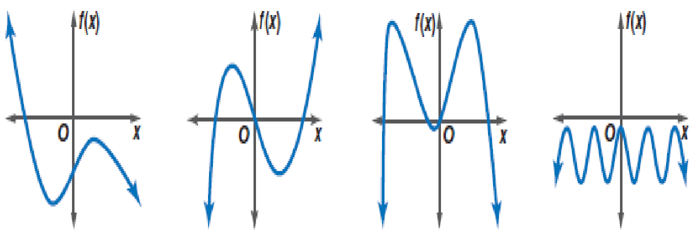
سلوك طرفي التمثيل البياني: (في اتجاهين مختلفين)

$f(x) \to +\infty$ عندما $x \to -\infty$

$f(x) \to -\infty$ عندما $x \to +\infty$

أصفار الدوال الفردية و الزوجية الدرجة

كثيرتا حدود زوجيتا الدرجة — كثيرتا حدود فرديتا الدرجة



ليس لها أصفار حقيقية — لها 4 أصفار حقيقية — لها 3 أصفار حقيقية — لها صفر واحد حقيقي

مقرر رياضيات (٣)

مجموع مكعبين و الفرق بينهما

طريقة التحليل	الحالة العامة
مجموع مكعبين	$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
الفرق بين مكعبين	$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

طرائق التحليل لدوال كثيرات الحدود

عدد الحدود	طريقة التحليل	نموذج
أي عدد	إخراج العامل المشترك الأكبر	$4a^3b^2 - 8ab = 4ab(a^2b - 2)$
حدّان	الفرق بين مربعين مجموع مكعبين الفرق بين مكعبين	$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$ $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$
ثلاثة حدود	ثلاثية حدود المربع الكامل	$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$
	ثلاثية الحدود بالصورة العامة	$acx^2 + (ad + bc)x + bd = (ax + b)(cx + d)$
أربعة حدود أو أكثر	تجميع الحدود	$ax + bx + ay + by = x(a + b) + y(a + b)$ $= (a + b)(x + y)$

مقرر رياضيات (٣)

الصورة التربيعية لكثيرة الحدود

التعبير اللفظي: الصورة التربيعية لكثيرة الحدود هي: au^2+bu+c ، $a\neq 0$ ، a,b,c أعداد حقيقية، ويمكن أن نكتب بعض كثيرات الحدود في المتغير x على هذه الصورة، وذلك بعد تعريف u بدلالة x.

مثال: $12x^6+8x^3+1=3(2x^3)^2+4(2x^3)+1$

نظرية الباقي

التعبير اللفظي: إذا قسمت كثيرة حدود $P(x)$ على $x-r$ ، فإن الباقي ثابت ويساوي $P(r)$ ، وكذلك :

المقسوم		ناتج القسمة		المقسوم عليه		الباقي
$P(x)$	$=$	$Q(x)$	$\cdot$	$(x-r)$	$+$	$P(r)$

حيث $Q(x)$ دالة كثيرة حدود تقل درجتها بواحد عن درجة $P(x)$.

مثال $x^2+6x+2 \;=\; (x-4)\;\cdot\;(x+10)\;+\;42$

نظرية العوامل: تكون ثنائية الحد x-r عاملاً من عوامل كثيرة الحدود P(x) إذغ و فقط إذا كان P(x)=0 .

مقرر رياضيات (٣)

الفصل 3

دليل الدراسة والمراجعة

ملخص الفصل

المفاهيم الأساسية

الأعداد المركبة (الدرس 3-1)

- i هي الوحدة التخيلية، $i^2 = -1$ ، $i = \sqrt{-1}$
- العدد المركب هو أيُّ عدد يمكن كتابته على الصورة $a + bi$ ، حيث a و b عددان حقيقيان، ويسمى a الجزء الحقيقي، و b الجزء التخيلي.

القانون العام والمميز (الدرس 3-2)

- القانون العام لحل المعادلة التربيعية: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

العمليات على كثيرات الحدود (الدرسان 3-3, 3-4)

- عند الجمع أو الطرح: أجمِّع الحدود المتشابهة.
- عند الضرب: أستعمل خاصية التوزيع.
- عند القسمة: أستعمل القسمة الطويلة أو التركيبية.

دوال كثيرات الحدود (الدرس 3-5)

- تعرّف دالة كثيرة الحدود بأنها دالة متصلة يمكن وصفها بمعادلة كثيرة حدود بمتغير واحد.

حل معادلات كثيرات الحدود (الدرس 3-6)

- يمكن تحليل كثيرة الحدود باستعمال العامل المشترك الأكبر أو تجميع الحدود، أو بإحدى طرائق تحليل الدالة التربيعية.

نظريتا الباقي والعوامل (الدرس 3-7)

- نظرية الباقي: إذا قسمت كثيرة حدود $P(x)$ على $x - r$ ، فإن الباقي ثابت ويساوي $P(r)$.
- نظرية العوامل: تكون ثنائية الحد $x - a$ عاملًا من عوامل كثيرة الحدود $f(x)$ إذا وفقط إذا كان $f(a) = 0$.

الجذور والأصفار (الدرس 3-8)

- نظرية الأصفار المركبة المترافقة: إذا كان $a + bi$ صفرًا للدالة، فإن $a - bi$ صفر للدالة أيضًا.

المطويات منظم أفكار

تأكد أن المفاهيم الأساسية مدونة في مطويتك.

المفردات الأساسية

الوحدة التخيلية (108)
العدد التخيلي البحت (108)
العدد المركب (109)
المركبان المترافقان (111)
القانون العام (115)
المميز (118)
التبسيط (125)
درجة كثيرة الحدود (127)
القسمة التركيبية (132)
كثيرة حدود بمتغير واحد (138)
المعامل الرئيس (138)
دالة كثيرة الحدود (139)
دالة القوة (139)
سلوك طرفي التمثيل البياني (140)
صفر الدالة (141)
كثيرة الحدود الأولية (145)
الصورة التربيعية (148)
نظرية الباقي (154)
التعويض التركيبي (154)
نظرية العوامل (156)
النظرية الأساسية في الجبر (160)

اختبر مفرداتك

بيّن ما إذا كانت كل عبارة فيما يأتي صحيحة أم خاطئة. وإذا كانت خاطئة فاستبدل ما تحته خط لتصبح العبارة صحيحة:

1) العدد $6i$ تخيلي بحت.
2) يسمى القانون: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ بالمميز.
3) يُسمّى معامل الحد الأول في كثيرة الحدود المكتوبة بالصيغة القياسية المعامل الرئيس.
4) تُسمى كثيرة الحدود التي لا يمكن تحليلها كثيرة حدود بمتغير واحد.
5) دالة كثيرة الحدود هي دالة متصلة يمكن وصفها بمعادلة كثيرة حدود بمتغير واحد.
6) تبسيط عبارات تتضمن قوى، يعني إعادة كتابتها دون أقواس أو أسس سالبة.
7) القسمة التركيبية هي طريقة مختصرة لقسمة كثيرة حدود على ثنائية حد.
8) $(x^3)^2 + 3x^3 - 8 = 0$ هي دالة قوة.

مقرر رياضيات (٣)

الفصل (٤): العلاقات و الدوال العكسية و الجذرية:

العمليات على الدوال

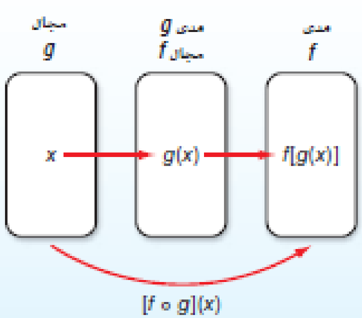
العملية	التعريف	مثال لتكن $f(x)=2x,\ g(x)=-x+5$
الجمع	$(f+g)(x)=f(x)+g(x)$	$2x+(-x+5)=x+5$
الطرح	$(f-g)(x)=f(x)-g(x)$	$2x-(-x+5)=3x-5$
الضرب	$(f\cdot g)(x)=f(x)\cdot g(x)$	$2x(-x+5)=-2x^2+10x$
القسمة	$\left(\frac{f}{g}\right)(x)=\frac{f(x)}{g(x)},\ g(x)\neq 0$	$\frac{2x}{-x+5},\ x\neq 5$

تركيب دالتين

التعبير اللفظي: إذا كانت f و g دالتين وكان مدى g مجموعة جزئية من مجال f فإنه يمكن إيجاد دالة التركيب $f\circ g$ بالشكل:

$$[f\circ g](x)=f[g(x)]$$

النموذج:



مقرر رياضيات (٣)

العلاقة العكسية: هي مجموعة من الأزواج المرتبة يمكن الحصول عليها عن طريق تبديل إحداثيات كل زوج مرتب في العلاقة.

التعبير اللفظي: تكون كل من العلاقتين عكسية للأخرى إذا وفقط إذا تحقق الشرط التالي:
كلما احتوت إحداهما على زوج مرتب (a, b)، احتوت الأخرى على الزوج المرتب (b, a).

مثال: كل من العلاقتين A, B علاقة عكسية للأخرى:

$$A = \{(1, 5), (2, 6), (3, 7)\} \quad B = \{(5, 1), (6, 2), (7, 3)\}$$

التعبير اللفظي: إذا كان كل من f, f^{-1} دالة عكسية للأخرى، فإن $f(a) = b$ إذا وفقط إذا كان $f^{-1}(b) = a$.

مثال: ليكن $f(x) = x - 4$ ودالتها العكسية هي $f^{-1}(x) = x + 4$.

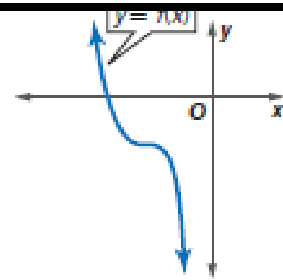
أوجد $f(6)$.	أوجد $f^{-1}(2)$.
$f(x) = x - 4$	$f^{-1}(x) = x + 4$
$f(6) = 6 - 4 = 2$	$f^{-1}(2) = 2 + 4 = 6$

وبما أن كلًّا من $f(x), f^{-1}(x)$ دالة عكسية للأخرى، فإن $f(6) = 2, f^{-1}(2) = 6$.

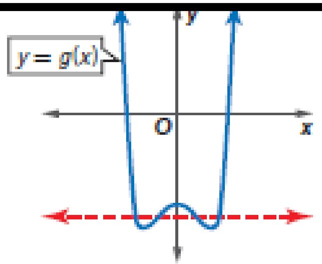
خواص الدالة العكسية

مقرر رياضيات (٣)

اختبار الخط الأفقي



لا يمكن رسم أي مستقيم أفقي يقطع منحنى الدالة في أكثر من نقطة (الدالة متباينة)؛ لذا يمثّل معكوس الدالة $y = f(x)$ دالة أيضًا.



يمكن رسم مستقيم أفقي يقطع منحنى الدالة، في أكثر من نقطة (الدالة ليست متباينة)؛ لذا لا يكون معكوس الدالة $y = g(x)$ دالةً.

يمكنك إيجاد معكوس دالة بالتبديل بين x و y في قاعدة الدالة.

الدالة الرئيسة (الأم)لدوال الجذور التربيعي

الدالة الرئيسة (الأم): $f(x) = \sqrt{x}$

المجال: $\{x \mid x \geq 0\}$

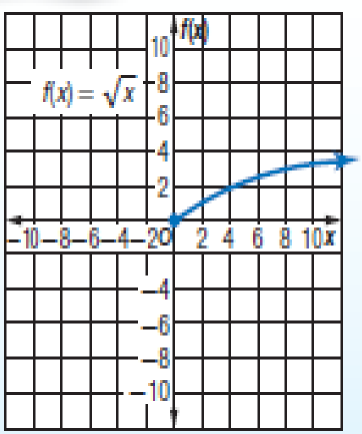
المدى: $\{f(x) \mid f(x) \geq 0\}$

المقطعان: $x = 0, f(x) = 0$

غير معرّفة عندما: $x < 0$

سلوك الدالة عند طرفيها: $x \to 0, f(x) \to 0$

$x \to +\infty, f(x) \to +\infty$



مقرر رياضيات (٣)

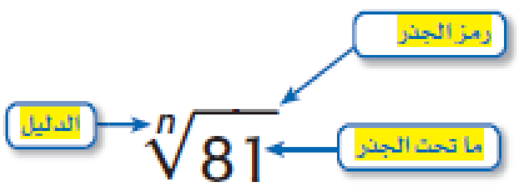
متباينة الجذر التربيعي: هي متباينة تحتوي الجذر التربيعي.و يمكن تمثيلها بيانياً تماماً مثل طريقة تمثيل المتباينات الأخرى.

التعبير اللفظي: لأيّ عددين حقيقيين a, b، ولأيّ عدد صحيح n، $n > 1$، إذا كان $a^n = b$، فإن a هو جذر نوني للعدد b.

مثال: بما أن $81 = (-3)^4$، فإن -3 هو جذر رابع للعدد 81 .

الجذر النوني

يشير الرمز $\sqrt[n]{\quad}$ إلى الجذر النوني.



مقرر رياضيات (٣)

خاصية ضرب الجذور

التعبير اللفظي: لأيِّ عددين حقيقيين a, b ولأي عدد صحيح n حيث $n > 1$، فإن $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$. إذا كانت n عددًا زوجيًا وكان a, b عددين غير سالبين أو إذا كان n عددًا فرديًا.

مثالان: $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8} = \sqrt{16} = 4$ $\qquad$ $\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{9} = \sqrt[3]{27} = 3$

حتى تكون العبارة الجذرية تتضمن جذراً في أبسط صورة ، يجب ألا يتضمن ما تحت الجذر عوامل(غير العدد١) يمكن أن تكتب في صورة قوى نونية لعدد صحيح أو كثيرة حدود.

خاصية قسمة الجذور

التعبير اللفظي: لأيِّ عددين حقيقيين a, b، حيث $b \neq 0$ ولأي عدد صحيح n حيث $n > 1$،

فإن $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$، إذا كانت جميع الجذور معرّفة.

مثالان: $\sqrt[3]{\frac{x^6}{8}} = \frac{\sqrt[3]{x^6}}{\sqrt[3]{8}} = \frac{x^2}{2} = \frac{1}{2}x^2$ $\qquad$ $\sqrt{\frac{27}{4}} = \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{4}} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$

مقرر رياضيات (٣)

إزالة الجذور من المقام

لإزالة الجذور من المقام أو الكسور تحت الجذر، استعمل عملية تُسمى **إنطاق المقام**. ولعمل ذلك، اضرب البسط والمقام في مقدار بحيث تكون جميع أسس الثوابت والمتغيرات الموجودة تحت الجذر من مضاعفات دليل الجذر مما يسهل إيجاد الجذر الدقيق.

إذا كان المقام	فاضرب البسط والمقام في	مثال
$\sqrt{b}$	$\sqrt{b}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}=\frac{2}{\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$
$\sqrt[n]{b^x}$	$\sqrt[n]{b^{n-x}}$	$\frac{5}{\sqrt[3]{2}}=\frac{5}{\sqrt[3]{2}}\cdot\frac{\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2^2}}=\frac{5\sqrt[3]{4}}{2}$

الجذور المتشابهة: هي جذور لها دليل الجذر نفسه و ما تحت الجذر المقادير نفسها.

متشابهان: $\sqrt{3b}$ و $4\sqrt{3b}$

غير متشابهين: $\sqrt{3b}$ و $\sqrt[3]{3b}$

غير متشابهين: $\sqrt{2b}$ و $\sqrt{3b}$

مقرر رياضيات (٣)

الأسس النسبية

التعبير اللفظي: لأي عدد حقيقي b، وأي عدد صحيح موجب n، $b^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{b}$،
إلا إذا كانت $b < 0$، و n عددا زوجيًا فإن الجذر النوني يكون عددا مركبًا.

مثالان: $(-16)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{-16} = 4i$ ، $27^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{27} = 3$

التعبير اللفظي: يكون $\left(\sqrt[y]{b}\right)^{x} = \sqrt[y]{b^{x}} = b^{\frac{x}{y}}$ لأي عدد حقيقي b لا يساوي صفرًا، ولأي عددين صحيحين x, y بحيث $y > 1$، إلا إذا كانت $b < 0$ و y عددا زوجيًا، فإن الجذر قد يكون عددا مركبًا.

مثالان: $(-16)^{\frac{3}{2}} = \left(\sqrt{-16}\right)^{3} = (4i)^{3} = -64i$ ، $27^{\frac{2}{3}} = \left(\sqrt[3]{27}\right)^{2} = 3^{2} = 9$

مقرر رياضيات (٣)

حل المعادلات الجذرية

الخطوة 1: اجعل الجذر في طرف واحد من المعادلة.

الخطوة 2: ارفع طرفي المعادلة لقوة مساوية لدليل الجذر؛ وذلك للتخلص من الجذر.

الخطوة 3: حل معادلة كثيرة الحدود الناتجة ثم تحقق من صحة الحل.

حل المتباينات الجذرية

الخطوة 1: إذا كان دليل الجذر عدداً زوجياً، فعيِّن قيم المتغير التي لا تجعل ما تحت الجذر سالباً.

الخطوة 2: حل المتباينة جبرياً.

الخطوة 3: خذ حل المتباينة من الخطوتين السابقتين ثم اختبر القيم للتأكد من صحة الحل.

مقرر رياضيات (٣)

دليل الدراسة والمراجعة

ملخص الفصل

المفاهيم الأساسية

العمليات على الدوال. (الدرس 4-1)

العملية	التعريف
الجمع	$(f+g)(x)=f(x)+g(x)$
الطرح	$(f-g)(x)=f(x)-g(x)$
الضرب	$(f\cdot g)(x)=f(x)\cdot g(x)$
القسمة	$\left(\frac{f}{g}\right)(x)=\frac{f(x)}{g(x)}, g(x)\neq 0$
التركيب	$[f\circ g](x)=f[g(x)]$

العلاقات والدوال العكسية ودوال الجذر التربيعي (الدرسان 4-2, 4-3)

- اعكس إحداثيات الأزواج المرتبة لتجد العلاقة العكسية.
- تكون كل من الدالتين دالة عكسية للأخرى إذا وفقط إذا كان كل من تركيبيهما يساوي الدالة المحايدة.
- الدالة الرئيسة (الأم) لدوال الجذر التربيعي هي $f(x)=\sqrt{x}$ ومجالها هو $\{x \mid x\geq 0\}$ ومداها $\{f(x) \mid f(x)\geq 0\}$.

الجذور النونية للأعداد الحقيقية (الدرس 4-4)

الجذور الحقيقية النونية للعدد a			
n	$a>0$	$a<0$	$a=0$
عدد زوجي	له جذر وحيد موجب وله جذر وحيد سالب	ليس له جذور حقيقية	له جذر حقيقي وحيد وهو 0
عدد فردي	له جذر وحيد موجب وليس له جذور سالبة	ليس له جذور موجبة وله جذر وحيد سالب	

العبارات الجذرية (الدروس 4-5 إلى 4-7)

إذا كان a, b عددين حقيقيين، وَ n, x, y أعداد صحيحة حيث $b\neq 0, n>1, y>1$ يُعد كل مما يأتي صحيحًا، وذلك عندما تكون جميع الجذور معرفة.

- خاصية الضرب: $\sqrt[n]{ab}=\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}$
- خاصية القسمة: $\sqrt[n]{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$
- الأسس النسبية: $b^{\frac{x}{y}}=\sqrt[y]{b^x}=\left(\sqrt[y]{b}\right)^x$.

المطويات منظم أفكار

تأكد أن المفاهيم الأساسية مدونة في مطويتك.

المفردات الأساسية

- تركيب دالتين (179)
- العلاقة العكسية (185)
- دالة عكسية (185)
- دالة الجذر التربيعي (191)
- الدالة الجذرية (191)
- متباينة الجذر التربيعي (193)
- الجذر النوني (196)
- رمز الجذر (196)
- الدليل (196)
- ما تحت الجذر (196)
- الجذر الرئيس (196)
- إنطاق المقام (204)
- الجذور المتشابهة (205)
- المرافق (206)
- المعادلة الجذرية (215)
- الحل الدخيل (215)
- المتباينة الجذرية (217)

اختبر مفرداتك

اختر المفردة المناسبة من القائمة السابقة لإكمال كل جملة فيما يأتي:

1) عند ________، تستعمل قيم دالة منها لحساب قيم الدالة الأخرى.

2) عندما يكون هناك أكثر من جذر حقيقي، فإن الجذر غير السالب يُسمّى ________

3) للتخلص من الجذور في المقام، فإنك تستعمل عملية تُسمّى ________

4) عند حل معادلات جذرية، تحصل أحيانًا على عدد لا يحقق المعادلة الأصلية. ويُسمّى مثل هذا العدد ________

5) دالة الجذر التربيعي هي نوع من أنواع ________

6) ________ هي مجموعة من الأزواج المرتبة التي نحصل عليها عن طريق تبديل إحداثيات كل زوج مرتب للعلاقة الأصلية.

7) إذا ساوى كل من تركيبي دالتين الدالة المحايدة فإن كلتيهما تكون ________ للأخرى.

8) تعد $\sqrt{x-3}>5$ مثالًا على: ________

مقرر رياضيات (٣) تدريبات

مدى الدالة $f(x) = |x+2|$ ..

Ⓐ $(2, \infty)$.

Ⓑ الأعداد الحقيقية غير السالبة.

Ⓒ $(-2, \infty)$.

Ⓓ R .

قيمة $[\![-4.6]\!]$ تساوي ..

Ⓐ -4 .

Ⓑ -5 .

Ⓒ 4 .

Ⓓ 4.6 .

النقطة $(0,0)$ تقع في منطقة حل المتباينة ..

Ⓐ $x+2 \le 1+|y|$.

Ⓑ $y-6 < |-2x|$.

Ⓒ $y \le 2|x|-3$.

Ⓓ $y > |-2x|$.

ناتج ضرب $\begin{bmatrix} 3 \\ 5 \\ -2 \end{bmatrix} \times [1 \quad 2 \quad 0]$ يساوي ..

Ⓐ $[21]$.

Ⓑ $[3 \quad 10 \quad 0]$.

Ⓒ $[13]$.

Ⓓ $[3 \quad 10]$.

ناتج $3\left(\begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 6 & 8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 9 \\ -3 & -4 \end{bmatrix}\right)$ يساوي ..

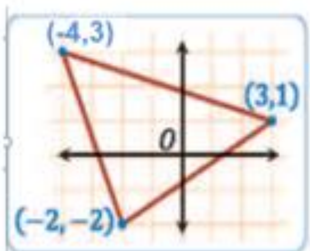
Ⓐ $\begin{bmatrix} -1 & 9 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$.

Ⓑ $\begin{bmatrix} -3 & 27 \\ 9 & 12 \end{bmatrix}$.

Ⓒ $\begin{bmatrix} -3 & 12 \\ 9 & 7 \end{bmatrix}$.

Ⓓ $\begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$.

مساحة المثلث في الشكل المجاور ..



Ⓐ 9 .

Ⓑ 10 .

Ⓒ 15.5 .

Ⓓ 19 .

مقرر رياضيات (٣) تدريبات

حل المعادلة $x^2 - 4x + 5 = 0$ هو ..

Ⓐ $x = \{2+i, 2-i\}$. Ⓑ $x = \{2\}$.

Ⓒ $x = \{+i, -i\}$. Ⓓ $x = \{5-4i\}$.

أحد عوامل كثيرة الحدود $f(x) = x^3 + x^2 - 12$ يساوي ..

Ⓐ $x - 1$. Ⓑ $x - 2$.

Ⓒ $x + 1$. Ⓓ $x + 2$.

حل المعادلة $\sqrt{x+1} = 2$ هو ..

Ⓐ $x = -3$. Ⓑ $x = 1$.

Ⓒ $x = 3$. Ⓓ $x = 5$.

مجال الدالة $f(x) = \sqrt{x-3}$ هو ..

Ⓐ $\{x | x \geq 3\}$. Ⓑ $\{x | x \geq 0\}$.

Ⓒ $\{x | x \geq -3\}$. Ⓓ $\{x | x = 3\}$.

ناتج قسمة $(x^2 - 13x + 12) \div (x - 1)$ يساوي ..

Ⓐ x . Ⓑ $x - 1$.

Ⓒ $x + 12$. Ⓓ $x - 12$.

تبسيط العدد $\sqrt{-18}$ هو ..

Ⓐ -9 . Ⓑ $3\sqrt{2}\,i$.

Ⓒ $2\sqrt{3}\,i$. Ⓓ $3\sqrt{2}$.

ما باقي قسمة $f(x) = x^3 + x^2 - 3$ على $x - 1$ ؟

A -1 B 0

C 1 D 4

إذا كانت $f(x) = \frac{x-3}{5}$ فإن $f^{-1}(x)$ تساوي ..

Ⓐ $\frac{x-3}{5}$. Ⓑ $5x + 3$.

Ⓒ $3x + 5$. Ⓓ $\frac{5}{x-3}$.

مقرر رياضيات (٤)

الفصل (١):العلاقات و الدوال النسبية

العبارة النسبية:

هي النسبة بين كثيرتي حدود

بما أن المتغيِّرات في الجبر تمثِّل أعدادًا حقيقية في أغلب الأحيان، فإن العمليات على العبارات النسبية تشبه العمليات على الأعداد النسبية. وكما في تبسيط الكسور فإنه عند تبسيط العبارات النسبية يتم قسمة كلٍّ من البسط والمقام على القاسم المشترك الأكبر (GCF) لهما.

$$\frac{8}{12}=\frac{2\cdot \cancel{4}^{1}}{3\cdot \cancel{4}_{1}}=\frac{2}{3} \qquad \boxed{GCF = 4}$$

$$\frac{x^2-4x+3}{x^2-6x+5}=\frac{(x-3)\cancel{(x-1)}^{1}}{(x-5)\cancel{(x-1)}_{1}}=\frac{x-3}{x-5} \qquad \boxed{GCF = x-1}$$

ضرب العبارات النسبية

التعبير اللفظي: لضرب عبارتين نسبيتين، اضرب البسط في البسط والمقام في المقام.

الرموز: إذا كانت $\frac{a}{b}$ ، $\frac{c}{d}$ عبارتين نسبيتين، حيث $b \neq 0, d \neq 0$، فإنَّ $\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}$

مثال: $\frac{2}{9}\cdot\frac{15}{4}=\frac{\cancel{2}\cdot\cancel{3}\cdot 5}{\cancel{3}\cdot 3\cdot\cancel{2}\cdot 2}=\frac{5}{3\cdot 2}=\frac{5}{6}$

قسمة العبارات النسبية

التعبير اللفظي: لقسمة عبارة نسبية على أخرى، اضرب المقسوم في مقلوب المقسوم عليه.

الرموز: إذا كانت $\frac{a}{b}$ ، $\frac{c}{d}$ عبارتين نسبيتين، حيث $b \neq 0, c \neq 0, d \neq 0$، فإنَّ

$$\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}=\frac{ad}{bc}$$

مثال: $\frac{3}{5}\div\frac{6}{35}=\frac{3}{5}\cdot\frac{35}{6}=\frac{\cancel{3}\cdot\cancel{5}\cdot 7}{\cancel{5}\cdot 2\cdot\cancel{3}}=\frac{7}{2}$

مقرر رياضيات (٤)

المضاعف المشترك الأصغر (LCM) لكثيرات الحدود: تمامًا كما في الأعداد النسبية التي على الصورة الكسرية، فعند جمع عبارتين نسبيتين بمقامين مختلفين أو طرحهما، يجب أن تجد أولًا المضاعف المشترك الأصغر (LCM) للمقامين.

ولإيجاد (LCM) لعددين أو لكثيرتي حدود أو أكثر، يجب أن تُحلل كلًّا منها إلى عواملها الأولية أولًا، ثم تضرب جميع العوامل التي لها الأس الأكبر.

جمع العبارات النسبية و طرحها: عند جمع عبارتين نسبيتين أو طرحهما يجب أن نوحد مقاميهما،تماماً كما في جمع الكسور و طرحها.

مقرر رياضيات (٤)

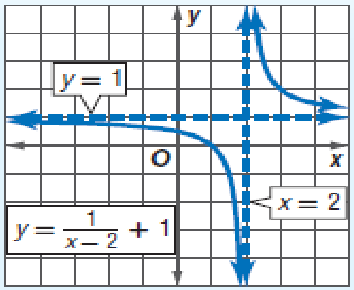
خطوط التقارب

خط التقارب لدالة:هو مستقيم يقترب منه التمثيل البياني للدالة.
و يكون خط التقارب الرأسي عند القيمة المستثناة من مجال الدالة، و خط التقارب الأفقي يبين سلوك طرفي التمثيل البياني للدالة.

خطوط التقارب للدالة $y=\frac{a}{x-b}+c$

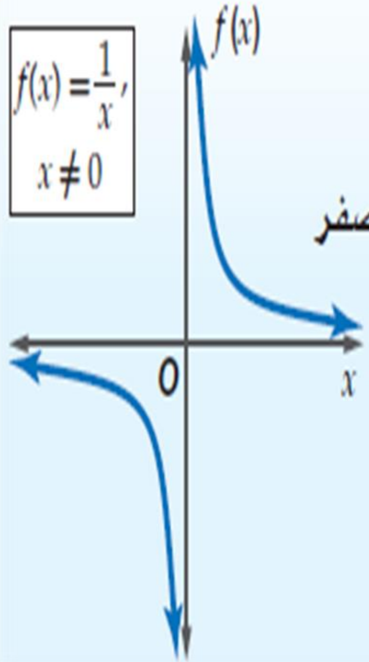
التعبير اللفظي: للدالَّة $y=\frac{a}{x-b}+c$ ، $a\neq 0$ خط تقارب رأسي عند قيمة x التي تجعل المقام صفرًا، أي أن خط التقارب الرأسي للدالَّة هو $x=b$ ، ويكون لها خط تقارب أفقي عند $y=c$.

مثال:



مقرر رياضيات (٤)

الدالة الرئيسة (الأم) لدوال المقلوب

الدالة الرئيسة (الأم):	$f(x) = \frac{1}{x}$	
شكل التمثيل البياني:	قطع زائد	
المجال والمدى:	جميع الأعداد الحقيقية ما عدا الصفر	
خطا التقارب:	$x = 0$ و $y = 0$	
المقطعان:	لا يوجد	
تكون الدالة غير معرفة عندما:	$x = 0$	

مقرر رياضيات (٤)

خطوط التقارب الرأسية و الأفقية

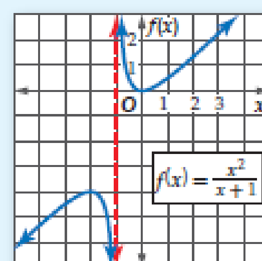
التعبير اللفظي: إذا كان $f(x) = \frac{a(x)}{b(x)}$، حيث $a(x), b(x)$ كثيرتا حدود لا يوجد بينهما عوامل مشتركة غير الواحد، و $b(x) \neq 0$ فإنه:

- يوجد للدالّة $f(x)$ خط تقارب رأسي عندما $b(x) = 0$.
- يوجد للدالّة $f(x)$ خط تقارب أفقي واحد على الأكثر.
- إذا كانت درجة $a(x)$ أكبر من درجة $b(x)$ فلا يوجد خط تقارب أفقي.
- إذا كانت درجة $a(x)$ أقل من درجة $b(x)$، فإن خط التقارب الأفقي هو المستقيم $y = 0$.
- إذا كانت درجة $a(x)$ تساوي درجة $b(x)$، فإن خط التقارب الأفقي هو المستقيم:

$$y = \frac{a(x) \text{ المعامل الرئيس لـ }}{b(x) \text{ المعامل الرئيس لـ }}.$$

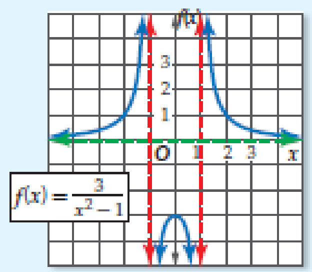
أمثلة:

لا يوجد خط تقارب أفقي



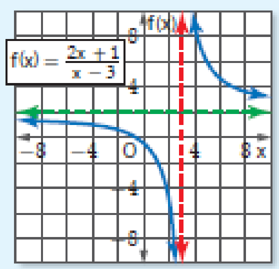
خط التقارب الرأسي:
$x = -1$

يوجد خط تقارب أفقي واحد



خطا التقارب الرأسي:
$x = -1, x = 1$

خط التقارب الأفقي:
$y = 0$



خط التقارب الرأسي:
$x = 3$

خط التقارب الأفقي:
$y = 2$

مقرر رياضيات (٤)

نقطة لانفصال: هي نقطة تظهر في التمثل البياني للدالة على شكل فجوات ،لأن الدالة تكون غير معرفة عند تلك النقطة و معرفة حولها.

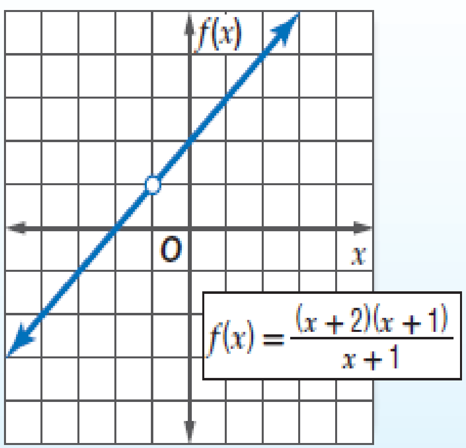
التعبير اللفظي: إذا كانت $f(x) = \frac{a(x)}{b(x)}$، حيث $b(x) \neq 0$، وكان $x - c$ عاملًا مشتركًا بين $a(x)$ و $b(x)$، فإنه توجد نقطة انفصال عندما $x = c$.

مثال:

$$f(x) = \frac{(x+2)(x+1)}{x+1}$$
$$= x + 2 ,\ \ x \neq -1$$

نقطة الانفصال هي:

$$(-1, f(-1)) = (-1, 1)$$



مقرر رياضيات (٤)

دوال التغير

التغير الطردي

التعبير اللفظي: تتغيّر y طرديًا مع x إذا وجد عدد $k \neq 0$ ، بحيث $y = kx$.
ويسمى العدد k ثابت التغيُّر.

مثال: إذا كانت $y = 3x$ ، فإن y تتغير طرديًا مع x . فكلما زادت x بمقدار 1، فإن y تزداد بمقدار 3، فعندما تكون قيمة $x = 1$ ، فإن $y = 3$، وعندما $x = 2$ فإن $y = 6$ وهكذا.

التغير المشترك

التعبير اللفظي: تتغيّر y تغيرًا مشتركا مع x و z إذا وجد عدد $k \neq 0$ ، بحيث $y = kxz$.

مثال: إذا كانت: $y = -60, z = -2, x = 6$ ، وكانت y تتغير تغيرًا مشتركًا مع x و z حيث إن: $k = 5 \Leftarrow y = -60 = 5(6)(-2) = kxy$ ، فإن قيمة y عندما $x = 4, z = -5$ تكون: $y = 5 \times -5 \times 4 = -100$.

التغير العكسي

التعبير اللفظي: تتغيّر y عكسيا مع x إذا وجد عدد $k \neq 0$ ، بحيث
$xy = k$ أو $y = \frac{k}{x}$ ، حيث $x \neq 0$ و $y \neq 0$

مثال: إذا كانت $xy = 12$ ، فإن y تتغير عكسيًا مع x. فكلما زادت x نقصت y والعكس، فعندما $x = 2$ فإن $y = 6$، بينما عندما $x = 3$ فإن $y = 4$.

مقرر رياضيات (٤)

الفصل 1

دليل الدراسة والمراجعة

ملخص الفصل

المفاهيم الأساسية

العبارات النسبية والعمليات عليها (الدرسان 2-1 , 1-1)

- ضرب العبارات النسبية وقسمتها يشبه ضرب الكسور وقسمتها.
- لتبسيط كسر مركب بسّط البسط والمقام كل على حدة ثم بسّط العبارة الناتجة.
- جمع العبارات النسبية وطرحها يشبه جمع الكسور وطرحها.

دوالّ المقلوب والدوالّ النسبية (الدرسان 4-1 , 3-1)

- دالّة المقلوب هي دالّة على الصورة $f(x)=\frac{1}{a(x)}$، حيث $a(x)$ دالّة خطية و $a(x) \neq 0$.
- الدالّة النسبية هي دالّة على الصورة $f(x)=\frac{a(x)}{b(x)}$، حيث $a(x)$، و$b(x)$ كثيرتا حدود، و $b(x) \neq 0$.
- يوجد لبعض دوالّ المقلوب والدوالّ النسبية مستقيمات يقترب منها التمثيل البياني للدوالّ، تسمى خطوط التقارب.
- أصفار الدالّة النسبية هي القيم التي تجعل $a(x) = 0$.

التغيُّر، الطردي، المشترك، العكسي، والمركب (الدرس 5-1)

- التغيُّر الطردي: تتغيّر y طرديًا مع x إذا وجد عدد $k \neq 0$، بحيث $y = kx$.
- التغيُّر المشترك: تتغيّر y تغيرًا مشتركًا مع x و z، إذا وجد عدد $k \neq 0$، بحيث $y = kxz$.
- التغيُّر العكسي: تتغيّر y عكسيًا مع x إذا وجد عدد $k \neq 0$، بحيث $xy = k$، أو $y = \frac{k}{x}$ حيث $x \neq 0 , y \neq 0$.
- التغيُّر المركب: ويحدث عندما تتغير كمية ما طرديًا أو عكسيًا أو كليهما معًا مع كميتين أخريين أو أكثر.

حل المعادلات والمتباينات النسبية (الدرس 6-1)

- لحل المعادلات النسبية تخلص من المقامات بضرب طرفي المعادلة في LCM لها.
- لحل المتباينات النسبية، حل المعادلات المرتبطة، واستعمل القيم التي تحصل عليها لتقسيم خط الأعداد إلى فترات واختبر قيمة من كل فترة.

المطويات منظم أفكار

تأكد من أن المفاهيم الأساسية مدونة في مطويتك.

المفردات:

العبارة النسبية ص 12	نقطة الانفصال ص 36
الكسر المركب ص 15	التغيُّر الطردي ص 41
خط التقارب ص 27	ثابت التغيُّر ص 41
خط التقارب الرأسي ص 27	التغيُّر المشترك ص 42
خط التقارب الأفقي ص 27	التغيُّر العكسي ص 43
دالّة المقلوب ص 27	التغيُّر المركب ص 44
القطع الزائد ص 27	المعادلة النسبية ص 47
الدالّة النسبية ص 34	المتباينة النسبية ص 50

اختبر مفرداتك

اختر المفردة المناسبة من القائمة السابقة لإكمال كل جملة فيما يأتي:

1) ________ هو عبارة نسبية بسطها ومقامها أو أحدهما عبارة نسبية.

2) إذا تغيّرت كميتان ________ فإن حاصل ضربهما يساوي ثابتًا k.

3) يعبر عن ________ بمعادلة على الصورة $y = kx$.

4) تُسمى المعادلة التي تحتوي على عبارة نسبية أو أكثر ________.

5) التمثيل البياني للمعادلة $y = \frac{x}{x+2}$ له ________ عند $x = -2$.

6) يحدث ________ عندما تتغيّر كمية ما طرديًا مع حاصل ضرب كميتين أخريين أو أكثر.

7) تُسمى النسبة بين كثيرتي حدود ________.

8) تظهر ________ على شكل فجوة في التمثيل البياني للدالّة؛ لأن الدالّة غير معرّفة عندها.

9) يحدث ________ عندما تتغيّر كمية ما طرديًا أو عكسيًا أو كليهما معًا مع كميتين أخريين أو أكثر.

مقرر رياضيات (٤)

الفصل(٢):المتتابعات و المتسلسلات

المتتابعة: مجموعة من الأعداد مرتبة في نمط محدد أو ترتيب معين، و يسمى كل عدد في المتتابعة حداً.

المتتابعات بوصفها دوال

التعبير اللفظي: المتتابعة دالة مجالها مجموعة الأعداد الطبيعية أو مجموعة جزئية منها، ومداها مجموعة جزئية من الأعداد الحقيقية.

الرموز:

عناصر المجال:	$1 \quad 2 \quad 3 \quad \dots \quad n$	ترتيب الحدّ
عناصر المدى:	$a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad \cdots \quad a_n$	حدود المتتابعة

أمثلة:

متتابعة منتهية	متتابعة غير منتهية
3, 6, 9, 12, 15	3, 6, 9, 12, 15, ...
المجال: {1, 2, 3, 4, 5}	المجال: مجموعة الأعداد الطبيعية جميعها
المدى: {3, 6, 9, 12, 15}	المدى: مجموعة المضاعفات الطبيعية للعدد 3

مقرر رياضيات (٤)

الحد النوني في المتتابعة الحسابية: الحد النوني في متتابعة حسابية حدها الأول a_1 وأساسها d، حيث n عدد طبيعي.

$$a_n = a_1 + (n - 1)\,d$$

المجموع الجزئي في متسلسلة حسابية

القانون (المعادلة)	المعطيات	مجموع أول n حدًا (S_n) هو:
بالصيغة العامة	a_1 , a_n , n	$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$
بالصيغة البديلة	a_1 , d , n	$S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$

رمز المجموع

الرموز: $\sum_{k=1}^{n} f(k)$

آخر قيمة لـ k

أول قيمة لـ k

صيغة حدود المتسلسلة

مثال:

$$\sum_{k=1}^{12}(4k+2) = [4(1)+2] + [4(2)+2] + [4(3)+2] + \dots + [4(12)+2]$$

$$= 6 + 10 + 14 + \dots + 50$$

مقرر رياضيات (٤)

الحد النوني في المتتابعة الهندسية: الحد النوني في متتابعة هندسية حدها الأول a_1, وأساسها r، حيث n عدد طبيعي.

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

المجموع الجزئي في متسلسلة هندسية

القانون (المعادلة)	المعطيات	مجموع أول n حدًا من المتسلسلة S_n
بالصيغة العامة	a_1, n, r	$S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}, r \neq 1$
بالصيغة البديلة	a_1, a_n, r	$S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1-r}, r \neq 1$

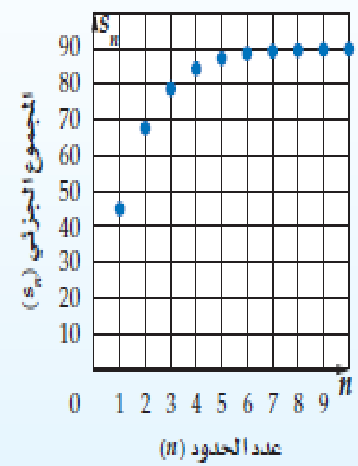
مقرر رياضيات (٤)

المتسلسلات الهندسية المتقاربة و المتباعدة

المتسلسلات الهندسية المتقاربة

التعبير اللفظي: إذا كانت النسبة المشتركة (الأساس) $|r| < 1$ ؛ فإن المجموع الجزئي يقترب من عدد ثابت.

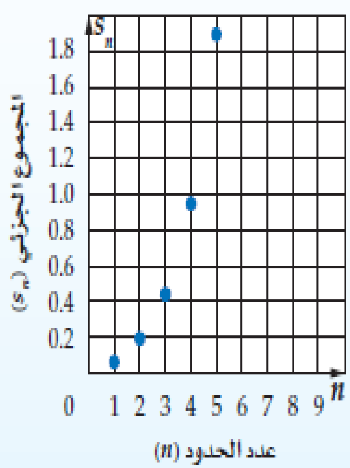
مثال: $45 + 22.5 + 11.25 + \ldots$



المتسلسلات الهندسية المتباعدة

التعبير اللفظي: إذا كانت النسبة المشتركة (الأساس) $|r| \geq 1$ ؛ فإن المجموع الجزئي لا يقترب من عدد ثابت.

مثال: $\frac{1}{16} + \frac{1}{8} + \frac{1}{4} + \ldots$



مقرر رياضيات (٤)

مجموع المتسلسلة الهندسية اللانهائية المتقاربة

مجموع حدود المتسلسلة الهندسية اللانهائية المتقاربة يُرمز له بالرمز S حيث $|r| < 1$

ويُعطى بالصيغة $S = \frac{a_1}{1-r}$

رمز المجموع للمتسلسلة الهندسية اللانهائية

$$a_1 + a_1 r + a_1 r^2 + \dots + a_1 r^{k-1} + \dots = \sum_{k=1}^{\infty} a_1 r^{k-1}$$

التقارب والتباعد

تتقارب المتسلسلة الهندسية اللانهائية عندما تكون القيمة المطلقة لأيِّ حدٍّ فيها أقلَّ من القيمة المطلقة للحدِّ السابق له. وتكون المتسلسلة الحسابية اللانهائية متباعدة دائمًا.

و عندما تكون المتسلسلة الهندسية اللانهائية متباعدة $(|r| \geq 1)$ ،فإنه لا يوجد مجموع لحدود المتسلسلة ، لأن قيمة r^n تزداد بلا حدود مع زيادة n.

مقرر رياضيات (٤)

نظرية ذات الحدين

إذا كان n عددًا طبيعيًا، فإن :

$$(a+b)^n = {}_nC_0\, a^n b^0 + {}_nC_1\, a^{n-1} b^1 + {}_nC_2\, a^{n-2} b^2 + \dots + {}_nC_n\, a^0 b^n$$

$$= \sum_{k=0}^{n} {}_nC_k\, a^{n-k} b^k = \sum_{k=0}^{n} \frac{n!}{k!(n-k)!} a^{n-k} b^k$$

تحتاج في بعض الأحيان إلى إيجاد قيمة أحد الحدود في المفكوك، ويمكنك عندها استعمال الحد العام في صيغة المجموع لنظرية ذات الحدَّين بحيث تجد الحدَّ الذي ترتيبه $k+1$ أو t_{k+1} في مفكوك $(a+b)^n$ باستعمال الصيغة $t_{k+1} = {}_nC_k\, a^{n-k} b^k$

مقرر رياضيات (٤)

توافيق

- $0! = 1$
- ${}_nC_r = \frac{n!}{r!\,(n-r)!}$
- ${}_nC_0 = \frac{\cancel{n!}}{0!\,\cancel{(n-0)!}} = \frac{1}{1} = 1$
- ${}_nC_n = 1$
- ${}_nC_n = \frac{\cancel{n!}}{\cancel{n!}(n-n)!} = \frac{1}{1} = 1$

مبدأ الاستقراء الرياضي

لبرهنة أن جملة ما صحيحة للأعداد الطبيعية جميعها n، اتبع الخطوات الآتية :

الخطوة 1: برهن أن الجملة صحيحة عندما $n = 1$.

الخطوة 2: افترض أن الجملة صحيحة عند العدد الطبيعي k. وهذا الفرض يُسمى فرضية الاستقراء.

الخطوة 3: برهن أن الجملة صحيحة عند العدد الطبيعي التالي $k+1$.

مقرر رياضيات (٤)

الفصل 2

دليل الدراسة والمراجعة

ملخص الفصل

مفاهيم أساسية

المتتابعات والمتسلسلات الحسابية (الدرسان 2-1 ، 2-2)

- الحدّ النوني a_n في متتابعة حسابية حدّها الأول a_1، وأساسها d يُعطى بالصيغة:
$a_n = a_1 + (n-1)d$، حيث n أي عدد صحيح موجب.
- مجموع أول n حدًّا في متتابعة حسابية: S_n يُعطى بإحدى الصيغتين:
$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$, $S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$.

المتتابعات والمتسلسلات الهندسية (الدرسان 2-4 ، 2-3)

- الحدّ النوني a_n في متتابعة هندسية حدّها الأول a_1 وأساسها r يُعطى بالصيغة: $a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$، حيث n أي عدد صحيح موجب.
- مجموع أول n حدًّا في متسلسلة هندسية S_n يُعطى بإحدى الصيغتين:
$S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$, $S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1-r}$، حيث $r \neq 1$
- مجموع المتسلسلة الهندسية اللانهائية يُعطى بالصيغة:
$S = \frac{a_1}{1-r}$، حيث $|r| < 1$.

نظرية ذات الحدّين (الدرس 2-5)

- نظرية ذات الحدّين:
$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} k! \frac{n!}{(n-k)!} a^{n-k} b^k$

مبدأ الاستقراء الرياضيّ (الدرس 2-6)

- مبدأ الاستقراء الرياضيّ هو طريقة أو أسلوب لبرهنة الجمل المتعلقة بالأعداد الطبيعية.

المطويات منظّم أفكار

تأكّد من أن المفاهيم الأساسية مدوّنة في مطويتك.

المتتابعات | المتسلسلات

المفردات

المتتابعة ص 68
الحد ص 68
المتتابعة المنتهية ص 68
المتتابعة غير المنتهية ص 68
المتتابعة الحسابية ص 68
أساس المتتابعة الحسابية (الفرق المشترك) ص 68
المتتابعة الهندسية ص 68
أساس المتتابعة الهندسية (النسبة المشتركة) ص 68
الأوساط الحسابية ص 73
المتسلسلة ص 74
المتسلسلة الحسابية ص 74
المجموع الجزئي ص 74
رمز المجموع ص 75
الأوساط الهندسية ص 81
المتسلسلة الهندسية ص 82
المتسلسلة الهندسية اللانهائية ص 87
المجموع الجزئي لمتسلسلة لانهائية ص 83
المتسلسلة المتقاربة ص 85
المتسلسلة المتباعدة ص 85
ما لا نهاية ص 85
مثلث باسكال ص 92
نظرية ذات الحدّين ص 95
مبدأ الاستقراء الرياضي ص 99
فرضية الاستقراء ص 99

اختبار المفردات

حدّد ما إذا كانت كلٌّ من العبارات الآتية صحيحة أم لا. وإذا كانت غير صحيحة، فعدِّل المصطلح الذي تحته خطٌّ لتصبح صحيحة:

1) تُسمّى المتسلسلة اللانهائية التي يمكن إيجاد مجموع لها متسلسلة متقاربة.
2) مبدأ الاستقراء الرياضيّ هو أسلوب لبرهنة الجمل الرياضية المتعلّقة بالأعداد الطبيعية.
3) الأوساط الحسابية للمتتابعة، هي الحدود الموجودة بين أي حدّين غير متتاليين في متتابعة حسابية.
4) الحدّ هو سلسلة من الأعداد مرتّبة بطريقة معينة.
5) يُسمّى مجموع أول n حدًّا من متسلسلة، المجموع الجزئي.
6) المتتابعة الهندسية هي متتابعة نحصل على كل حدٍّ فيها بإضافة قيمة ثابتة إلى الحدّ السابق.
7) تُسمّى المتسلسلة الهندسية اللانهائية التي لا يمكن إيجاد مجموع لها متسلسلة متقاربة.
8) 17 , 11 هما وسطان هندسيان بين العددين 23 , 5 في المتتابعة 5, 11, 17, 23 .
9) باستعمال نظرية ذات الحدّين فإن:
$(x-2)^4 = x^4 - 8x^3 + 24x^2 - 32x + 16.$

مقرر رياضيات (٤)

الفصل (٣): الاحتمالات

فضاء العينة لتجربة: هو مجموعة جميع النواتج الممكنة، و يمكن تمثيله باستعمال القائمة المنظمة، أو الجول،أو الرسم الشجري.

مبدأ العدد الأساسي

التعبير اللفظي: يمكن إيجاد عدد النواتج الممكنة لفضاء العيِّنة بضرب عدد النواتج الممكنة في كل مرحلة من مراحل التجربة.

بالرموز: في تجربة عدد مراحلها k، افرض أن:

n_1 = عدد النواتج الممكنة في المرحلة الأولى

n_2 = عدد النواتج الممكنة في المرحلة الثانية بعد حدوث المرحلة الأولى

⋮

n_k = عدد النواتج الممكنة في المرحلة k بعد حدوث $k-1$ من المراحل

فإن العدد الكلي للنواتج الممكنة للتجربة التي عدد مراحلها k يساوي:

$$n_1 \cdot n_2 \cdot n_3 \cdot \ldots \cdot n_k$$

مقرر رياضيات (٤)

الاحتمال باستعمال التباديل: التباديل تنظيم لمجموعة من العناصر يكون الترتيب فيه مهماً.

المضروب

التعبير اللفظي: يُكتب مضروب العدد الصحيح الموجب n على الصورة $n!$، ويساوي حاصل ضرب جميع الأعداد الصحيحة الموجبة التي هي أصغر من أو تساوي n.

بالرموز: $n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot 2 \cdot 1$

وقد اتفق على اعتبار أن $0! = 1$.

التباديل

بالرموز: يرمز إلى عدد تباديل n من العناصر المختلفة مأخوذة r في كل مرة بالرمز $_nP_r$ حيث

$$_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

مثال: عدد تباديل 5 عناصر مأخوذة 2 في كل مرة يساوي:

$$_5P_2 = \frac{5!}{(5-2)!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot \cancel{3!}}{\cancel{3!}} = 20$$

مقرر رياضيات (٤)

التباديل مع التكرار

عدد التباديل المختلفة لعناصر عددها n عندما يتكرر عنصر منها r_1 من المرات وآخر r_2 من المرات وهكذا ... ، فإنه يساوي:

$$\frac{n!}{r_1! \cdot r_2! \cdot \ldots \cdot r_k!}$$

التباديل الدائرية

عدد التباديل المختلفة لـ n من العناصر مرتبة على دائرة يساوي:

$$\frac{n!}{n} = (n-1)!$$

التباديل الدائرية

عدد التباديل الدائرية لـ n من العناصر يساوي عدد التباديل الخطية لها مقسومًا على عددها.

مقرر رياضيات (٤)

التوافيق: هي اختيار مجموعة من العناصر بحيث يكون الترتيب فيها غير مهم.

التوافيق

بالرموز: يرمز إلى عدد توافيق n من العناصر المختلفة مأخوذة r في كل مرة بالرمز ${}_nC_r$ ، حيث ${}_nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$

مثال: عدد توافيق 8 عناصر مأخوذة 3 في كل مرة يساوي:

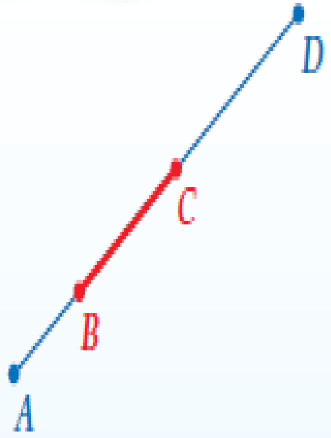
$${}_8C_3 = \frac{8!}{3!(8-3)!} = \frac{8!}{3!5!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot \cancel{6} \cdot \cancel{5!}}{\cancel{6} \cdot \cancel{5!}} = 56$$

التباديل والتوافيق

استعمل التباديل عندما يكون ترتيب العناصر مهمًا، والتوافيق عندما لا يكون الترتيب مهمًا.

الاحتمال الهندسي: هو الاحتمال الذي يتضمن قياساً مثل الطول أو المساحة.

الاحتمال و الأطوال



التعبير اللفظي: إذا احتوت القطعة المستقيمة (1) قطعة مستقيمة أخرى (2)، واختيرت نقطة تقع على القطعة (1) عشوائيًا، فإن احتمال أن تقع النقطة على القطعة (2) يساوي:

$$\frac{\text{طول القطعة المستقيمة (2)}}{\text{طول القطعة المستقيمة (1)}}$$

مثال: إذا اختيرت النقطة E عشوائيًا على $\overline{AD}$، فإن:

$$P(E \in \overline{BC}) = \frac{BC}{AD}$$

مقرر رياضيات (٤)

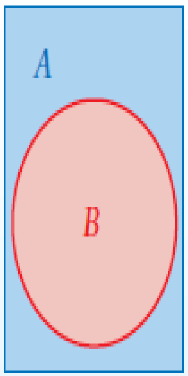
الاحتمال و المساحة

التعبير اللفظي: إذا احتوت المنطقة A منطقة أخرى B ، واختيرت النقطة E من المنطقة A عشوائيًا، فاحتمال أن تقع النقطة E في المنطقة B يساوي:

$$\frac{\text{مساحة المنطقة } B}{\text{مساحة المنطقة } A}$$

مثال: إذا اختيرت النقطة E عشوائيًا في المستطيل A ، فإن:

$$P(\text{وقوع النقطة } E \text{ في الدائرة } B) = \frac{\text{مساحة الدائرة } B}{\text{مساحة المستطيل } A}$$



الحوادث المستقلة و الحوادث غير المستقلة

- تكون A و B **حادثتين مستقلتين** إذا كان احتمال حدوث A لا يؤثر في احتمال حدوث B.
- تكون A و B **حادثتين غير مستقلتين** إذا كان احتمال حدوث A يغيّر بطريقة ما احتمال حدوث B.

مقرر رياضيات (٤)

احتمال حادثتين مستقلتين

التعبير اللفظي: احتمال وقوع حادثتين مستقلتين معًا يساوي حاصل ضرب احتمالي الحادثتين.

بالرموز: إذا كانت الحادثتان A و B مستقلتين فإن: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$.

قيم الاحتمال

- لأيّ حادثة X في تجربة عشوائية يكون: $0 \leq P(X) \leq 1$.
- مجموع احتمالات جميع النواتج في تجربة عشوائية يساوي 1

احتمال حادثتين غير مستقلتين

التعبير اللفظي: احتمال وقوع حادثتين غير مستقلتين معًا يساوي حاصل ضرب احتمال وقوع الحادثة الأولى في احتمال وقوع الحادثة الثانية بعد وقوع الأولى فعلًا.

بالرموز: إذا كانت الحادثتان A و B غير مستقلتين، فإن: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A)$

مقرر رياضيات (٤)

الاحتمال المشروط	الاحتمال المشروط لـ B إذا وقع A هو $P(B\|A)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}$ حيث: $P(A)\neq 0$.
احتمال الحادثتين المتنافيتين	**التعبير اللفظي:** إذا كانت الحادثتان A , B متنافيتين، فاحتمال وقوع A أو B يساوي مجموع احتمال كلٍّ منهما. **بالرموز:** إذا كانت الحادثتان A , B متنافيتين، فإن: $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$
احتمال حادثتين غير متنافيتين	**التعبير اللفظي:** إذا كانت الحادثتان A, B غير متنافيتين فاحتمال وقوع A أو B يساوي مجموع احتماليهما مطروحًا منه احتمال وقوع B و A معًا. **بالرموز:** إذا كانت الحادثتان A, B غير متنافيتين فإن: $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

مقرر رياضيات (٤)

الحادثة المتتامة: عناصر الحادثة A تتكون من جميع نواتج فضاء العينة غير الموجودة في الحادثةA.

احتمال الحادثة المتممة

التعبير اللفظي: احتمال عدم وقوع حادثة يساوي 1 ناقص احتمال وقوع الحادثة.

بالرموز: لأي حادثة A، $P(\acute{A}) = 1 - P(A)$

مقرر رياضيات (٤)

قوانين الاحتمال

نوع الحوادث	الوصف	القانون
الحادثتان المستقلتان	احتمال وقوع الحادثة الأولى لا يؤثر في احتمال وقوع الحادثة الثانية.	إذا كانت A , B حادثتين مستقلتين، فإن: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$
الحادثتان غير المستقلتين	احتمال وقوع إحدى الحادثتين يؤثر في احتمال وقوع الأخرى.	إذا كانت A , B حادثتين غير مستقلتين، فإن: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B\|A)$
الحادثة المشروطة	إعطاء معلومات إضافية عن احتمال حادثة ما .	يكون احتمال الحادثة A بشرط وقوع حادثة B : $P(A\|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ بشرط $P(B) \neq 0$
الحادثتان المتنافيتان	حادثتان لا توجد بينها نواتج مشتركة.	إذا كانت A , B حادثتين متنافيتين فإن: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
الحادثتان غير المتنافيتين	حادثتان توجد بينها نواتج مشتركة.	إذا كانت A و B حادثتين غير متنافيتين فإن: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
الحادثتان المتتامتان	تتكون نواتج الحادثة المتممة من جميع نواتج فضاء العيِّنة التي ليست من نواتج الحادثة الأصلية.	لأيّ حادثة A: $P(A') = 1 - P(A)$

مقرر رياضيات (٤)

الفصل 3

دليل الدراسة والمراجعة

ملخص الفصل

مفاهيم أساسية

تمثيل فضاء العيّنة (الدرس 1-3)

- فضاء العيّنة لتجربة هو مجموعة كل النواتج الممكنة.
- يمكن تحديد فضاء العيّنة باستعمال القائمة المنظمة أو الجدول أو الرسم الشجري.

الاحتمال باستعمال التباديل والتوافيق (الدرس 2-3)

- الترتيب مهم في التباديل.

$${}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

- الترتيب غير مهم في التوافيق.

$${}_nC_r = \frac{n!}{(n-r)!\,r!}$$

الاحتمال الهندسي (الدرس 3-3)

- إذا احتوت القطعة المستقيمة (1) قطعة مستقيمة أخرى (2)، واختيرت نقطة تقع على القطعة (1) عشوائيًا، فإن احتمال أن تقع النقطة على القطعة (2) يساوي:

$$\frac{\text{طول القطعة المستقيمة (2)}}{\text{طول القطعة المستقيمة (1)}}$$

- إذا احتوت المنطقة A المنطقة B واختيرت نقطة E عشوائيًا من المنطقة A فإن احتمال أن تقع النقطة E في المنطقة B يساوي $\frac{B \text{ مساحة المنطقة}}{A \text{ مساحة المنطقة}}$.

احتمالات الحوادث المركبة (الدرسان 4-3 و 5-3)

- إذا كانت الحادثة A' متممة للحادثة A فإن

$$P(A') = 1 - P(A)$$

- إذا كانت الحادثة A لا تؤثر في احتمال وقوع الحادثة B، فإن الحادثتين مستقلتان ويكون $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$
- إذا كانت الحادثتان A و B غير مستقلتين، فإن

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A)$$

- إذا لم يكن وقوع الحادثتين A و B ممكنًا في الوقت نفسه فإنهما متنافيتان ويكون $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
- إذا لم تكن A و B متنافيتين، فإن

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

المطويات منظم أفكار

تأكد من أن المفاهيم الأساسية قد دُوّنت في مطويتك.

المفردات

فضاء العيّنة	ص 114	الحادثة المركبة	ص 134
الرسم الشجري	ص 114	الحوادث المستقلة	ص 134
تجربة ذات مرحلتين	ص 115	الحوادث غير المستقلة	ص 134
تجربة متعددة المراحل	ص 115	الاحتمال المشروط	ص 136
مبدأ العد الأساسي	ص 115	شجرة الاحتمال	ص 136
المضروب	ص 120	الحادثة المشروطة	ص 137
التباديل	ص 121	الحوادث المتنافية	ص 141
التباديل الدائرية	ص 122	الحادثة المتممة	ص 144
التوافيق	ص 123		
الاحتمال الهندسي	ص 127		

اختبر مفرداتك

حدد إذا كانت كل عبارة فيما يأتي صحيحة أم خاطئة. وإذا كانت خاطئة فاستبدل المصطلح الذي تحته خط حتى تصبح صحيحة:

1) تُستعمل في الرسم الشجري قطع مستقيمة لعرض النواتج الممكنة.

2) التباديل هي تنظيم لمجموعة من العناصر، حيث يكون الترتيب فيها غير مهم.

3) تحديد ترتيب جلوس مجموعة من الأشخاص حول منضدة دائرية يتطلب التباديل الدائرية.

4) إلقاء قطعة نقد مرة واحدة ثم إلقاء قطعة نقد أخرى مرة واحدة أيضًا مثال على الحوادث غير المستقلة.

5) يتضمن الاحتمال الهندسي قياسًا هندسيًا مثل الطول أو المساحة.

6) $6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$، مثال على المضروب.

7) تُسمى مجموعة كل النواتج الممكنة فضاء العيّنة.

8) الاحتمال المشروط لـ B إذا وقع A هو:

$$P(B \setminus A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

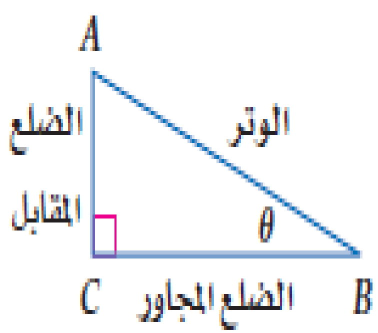
9) أخذ قميصين الواحد تلو الآخر من خزانة ملابس دون إرجاع مثال على الحوادث المتنافية.

مقرر رياضيات (٤)

الفصل (٤):حساب المثلثات

الدوالّ المثلثية للزوايا الحادّة يُعرّف حساب المثلّثات بأنه دراسة العلاقة بين زوايا المثلّث وأضلاعه. وتقارن النسبة المثلّثية بين طولَي ضلعين في المثلّث القائم الزاوية، أمّا الدالّة المثلّثية فتُعرف من خلال نسبة مثلّثية.

يُستعمل الرمز الإغريقي θ (ويُقرأ ثيتا) عادة للدلالة على قياس زاوية حادّة في المثلّث القائم الزاوية. حيث يُستعمل الوتر والضلع المقابل للزاوية التي قياسها θ والضلع المجاور لها في تعريف الدوالّ المثلّثية الستّ.



مقرر رياضيات (٤)

جميع الدوال المثلثية في مثلث قائم الواوية

التعبير اللفظي: إذا كانت θ تمثّل قياس زاوية حادّة في مثلّث قائم الزاوية، فإنّ الدوالّ المثلّثية الستّ تُعرف بدلالة الوتر والضلع المقابل والضلع المجاور.

الرموز:

$\csc\theta$ (θ قاطع تمام) $= \frac{\text{الوتر}}{\text{المقابل}}$ $\qquad$ $\sin\theta$ (θ جيب) $= \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$

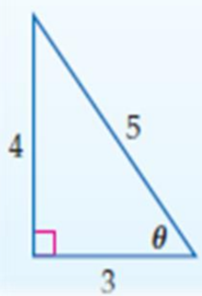
$\sec\theta$ (θ قاطع) $= \frac{\text{الوتر}}{\text{المجاور}}$ $\qquad$ $\cos\theta$ (θ جيب تمام) $= \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$

$\cot\theta$ (θ ظل تمام) $= \frac{\text{المجاور}}{\text{المقابل}}$ $\qquad$ $\tan\theta$ (θ ظل) $= \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$

أمثلة:

$\tan\theta = \frac{4}{3}$ $\qquad$ $\cos\theta = \frac{3}{5}$ $\qquad$ $\sin\theta = \frac{4}{5}$

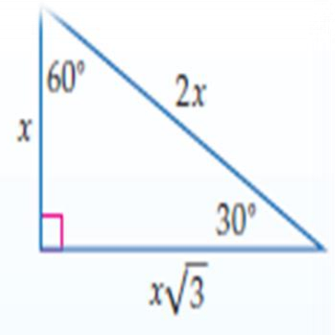
$\cot\theta = \frac{3}{4}$ $\qquad$ $\sec\theta = \frac{5}{3}$ $\qquad$ $\csc\theta = \frac{5}{4}$



مقرر رياضيات (٤)

بعض قيم الدوال المثلثية للزوايا الخاصة

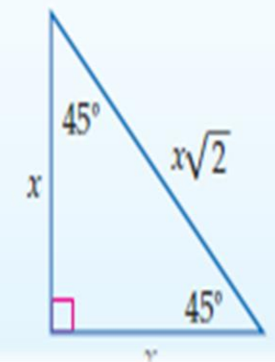
نستنتج من المثلَّث الذي قياسات زواياه $90°-60°-30°$ أن:



$\sin 30° = \frac{1}{2}$ $\quad \cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad \tan 30° = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$\sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad \cos 60° = \frac{1}{2}$ $\quad \tan 60° = \sqrt{3}$

نستنتج من المثلَّث الذي قياسات زواياه $90°-45°-45°$ أن:



$\sin 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad \cos 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad \tan 45° = 1$

مقرر رياضيات (٤)

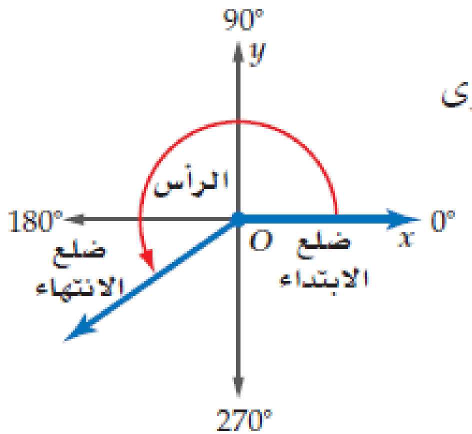
معكوس النسب المثلثية

التعبير اللفظي:	إذا كانت $\angle A$ زاوية حادّة وجيبها يساوي x، فإن: **معكوس جيب** x هو قياس $\angle A$.
الرموز:	إذا كان $\sin A = x$، فإن: $\sin^{-1} x = m\angle A$.
مثال:	$\sin A = \frac{1}{2} \rightarrow \sin^{-1}\frac{1}{2} = m\angle A \rightarrow m\angle A = 30^\circ$
التعبير اللفظي:	إذا كانت $\angle A$ زاوية حادّة وجيب التمام لها يساوي x، فإن: **معكوس جيب تمام** x هو قياس $\angle A$.
الرموز:	إذا كان $\cos A = x$، فإن: $\cos^{-1} x = m\angle A$.
مثال:	$\cos A = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \cos^{-1}\frac{\sqrt{2}}{2} = m\angle A \rightarrow m\angle A = 45^\circ$
التعبير اللفظي:	إذا كانت $\angle A$ زاوية حادّة وظلّها يساوي x، فإن: **معكوس ظل** x هو قياس $\angle A$.
الرموز:	إذا كان $\tan A = x$، فإن: $\tan^{-1} x = m\angle A$.
مثال:	$\tan A = \sqrt{3} \rightarrow \tan^{-1}\sqrt{3} = m\angle A \rightarrow m\angle A = 60^\circ$

زاوية الارتفاع و الانخفاض

في الشكل المجاور، تُسمّى الزاويةُ المحصورة بين خطِّ نظر السابح إلى المنقذ والخطِّ الأفقي له **زاوية الارتفاع**. كما تُسمّى الزاويةُ المحصورة بين خطِّ نظر المنقذ إلى السابح والخطِّ الأفقي له **زاويةَ الانخفاض**.

مقرر رياضيات (٤)



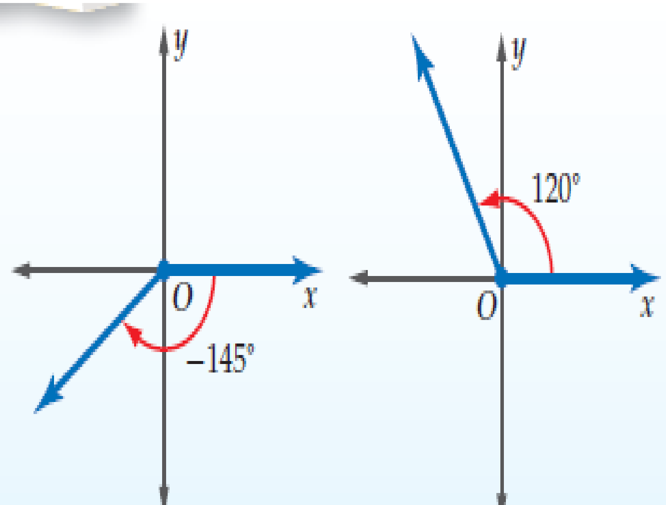
الزوايا المرسومة في الوضع القياسي: تكون الزاوية المرسومة في المستوى الإحداثي في **الوضع القياسي** إذا كان رأسها نقطة الأصل، وأحد ضلعيها منطبقًا على الجزء الموجب من المحور x.

- يُسمّى الضلع المنطبِق على المحور x **ضلع الابتداء** للزاوية.
- يُسمّى الضلع الذي يدور حول نقطة الأصل **ضلع الانتهاء**.

قياسات الزوايا

يكون قياس الزاوية موجبًا إذا دار ضلع الانتهاء عكس اتجاه عقارب الساعة.

ويكون قياس الزاوية سالبًا إذا دار ضلع الانتهاء في اتجاه عقارب الساعة.

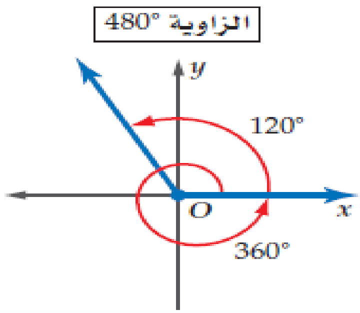


مقرر رياضيات (٤)

يمكن لضلع الانتهاء لزاوية أن يدور أكثر من دورة كاملة واحدة.

فعلى سبيل المثال:

دورة كاملة مقدارها 360° إضافة إلى دورة بمقدار 120° تشكّلان زاوية قياسها $360° + 120° = 480°$



التحويل من القياس بالدرجات إلى القياس بالراديان و العكس

من القياس بالدرجات إلى القياس بالراديان	من القياس بالراديان إلى القياس بالدرجات
للتحويل من القياس بالدرجات إلى القياس بالراديان، اضرب قياس الزاوية بالدرجات في $\frac{\pi \text{ rad}}{180°}$	للتحويل من القياس بالراديان إلى القياس بالدرجات، اضرب قياس الزاوية بالراديان في $\frac{180°}{\pi \text{ rad}}$

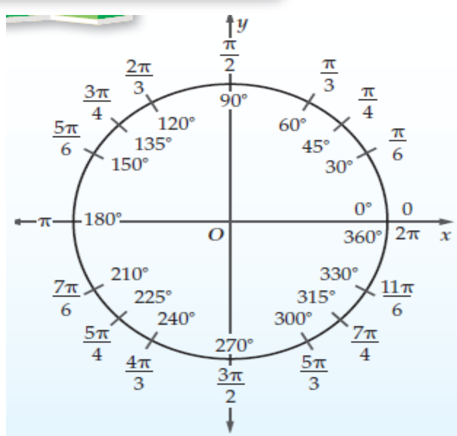
القياس بالدرجات و بالرديان

يَظهر الشكل المجاور قياسات الزوايا الخاصة بالدرجات وبالراديان.

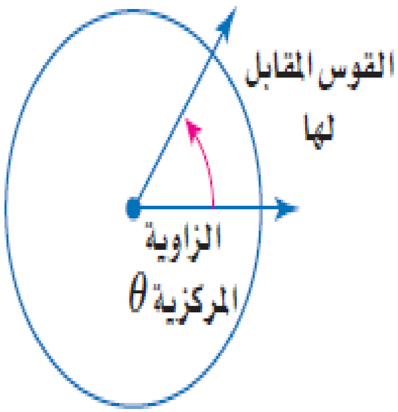
من المفيد أن تحفظ قياسات الزوايا الخاصّة الآتية بالدرجات وبالراديان؛ فقياسات الزوايا الخاصّة الأخرى ما هي إلا مضاعفات لقياسات هذه الزوايا.

$45° = \frac{\pi}{4}$ $\quad 30° = \frac{\pi}{6}$

$90° = \frac{\pi}{2}$ $\quad 60° = \frac{\pi}{3}$



مقرر رياضيات (٤)



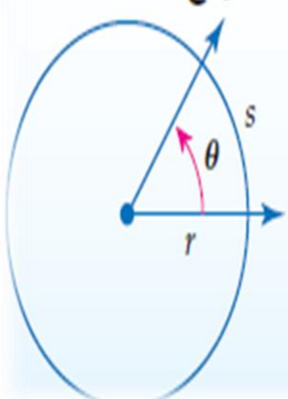
الزاوية المركزية في دائرة هي الزاوية التي يقع رأسها على مركز الدائرة.
إذا علمت قياس الزاوية المركزية وطول نصف قطر الدائرة، فإنك تستطيع أن تجد طول القوس المقابل لها.

طول القوس

التعبير اللفظي: طول القوس من الدائرة (s)، المقابل لزاوية مركزية قياسها (θ) بالراديان يساوي حاصل ضرب نصف القطر r في θ.

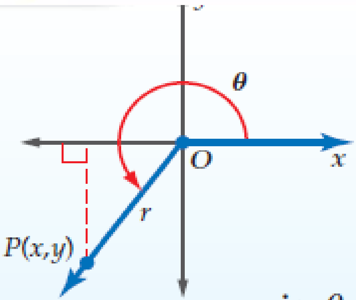
الرموز: $s = r\theta$

النموذج:



مقرر رياضيات (٤)

الدوال المثلثية للزوايا

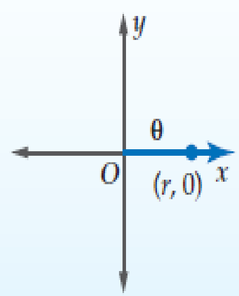
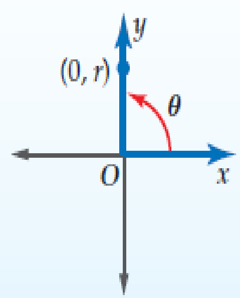
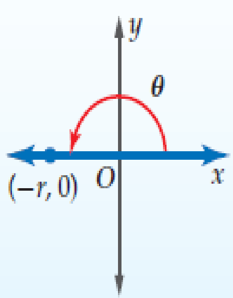
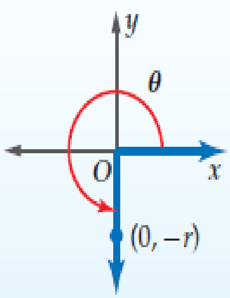


لتكن θ زاوية مرسومة في الوضع القياسي ولتكن النقطة $P(x, y)$ تقع على ضلع الانتهاء لها. باستعمال نظرية فيثاغورس يمكن إيجاد قيمة r التي تمثّل البُعد بين نقطة الأصل والنقطة P.

$r = \sqrt{x^2 + y^2}$. فتكون الدوالّ المثلّثية السِتُّ للزاوية θ معرَّفة كما يأتي:

$\sin \theta = \frac{y}{r}$	$\cos \theta = \frac{x}{r}$	$\tan \theta = \frac{y}{x}, x \neq 0$
$\csc \theta = \frac{r}{y}, y \neq 0$	$\sec \theta = \frac{r}{x}, x \neq 0$	$\cot \theta = \frac{x}{y}, y \neq 0$

الزوايا الربعية

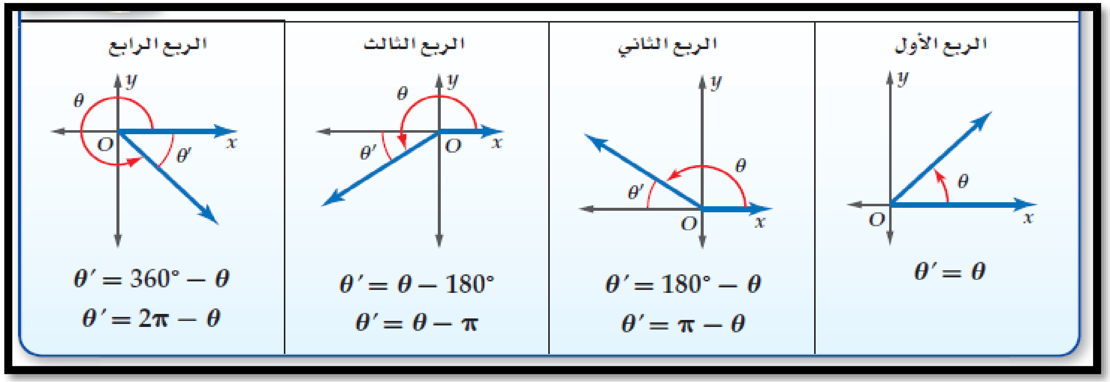
$\theta = 0°$ $\theta = 0\ rad$ أو	$\theta = 90°$ $\theta = \frac{\pi}{2}$ rad أو	$\theta = 180°$ $\theta = \pi$ rad أو	$\theta = 270°$ $\theta = \frac{3\pi}{2}$ rad أو
			

الزوايا الربعية

قياس أيّ زاوية ربعية هو من مضاعفات $90°$ أو $\frac{\pi}{2}$.

مقرر رياضيات (٤)

الزاويا المرجعية

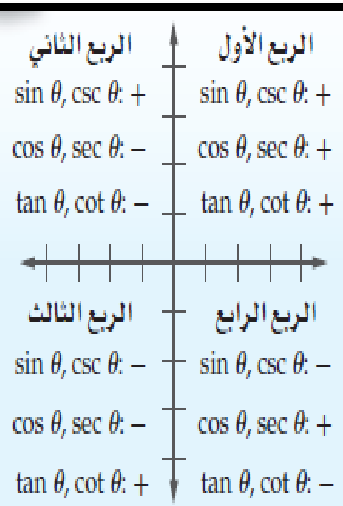


ايجاد قيم الدوال المثلثية

الخطوة 1: أوجد قياس الزاوية المرجعية θ'.

الخطوة 2: أوجد قيمة الدالّة المثلّثية للزاوية θ'.

الخطوة 3: حدّد إشارة قيمة الدالّة المثلّثية للزاوية θ باستعمال الربع الذي يقع فيه ضلع الانتهاء للزاوية θ.

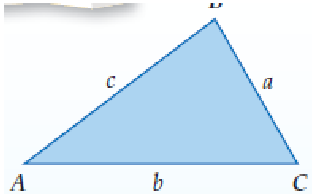


مقرر رياضيات (٤)

قيم الدوالّ المثلّثية للزوايا الخاصّة					
الجيب	جيب التمام	الظلّ	قاطع التمام	القاطع	ظلّ التمام
$\sin 30° = \frac{1}{2}$	$\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$\tan 30° = \frac{\sqrt{3}}{3}$	$\csc 30° = 2$	$\sec 30° = \frac{2\sqrt{3}}{3}$	$\cot 30° = \sqrt{3}$
$\sin 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\cos 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\tan 45° = 1$	$\csc 45° = \sqrt{2}$	$\sec 45° = \sqrt{2}$	$\cot 45° = 1$
$\sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$\cos 60° = \frac{1}{2}$	$\tan 60° = \sqrt{3}$	$\csc 60° = \frac{2\sqrt{3}}{3}$	$\sec 60° = 2$	$\cot 60° = \frac{\sqrt{3}}{3}$

مساحة المثلث

التعبير اللفظي: مساحة المثلّث (k) تساوي نصف حاصل ضرب طولَي ضلعين في جيب الزاوية المحصورة بينهما.

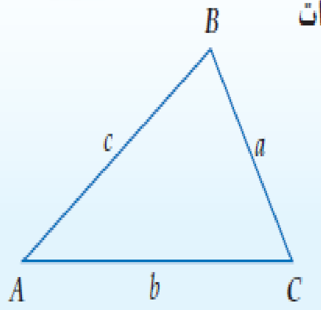


الرموز: $k = \frac{1}{2}bc \sin A$ $\quad k = \frac{1}{2}ac \sin B$ $\quad k = \frac{1}{2}ab \sin C$

قانون الجيوب

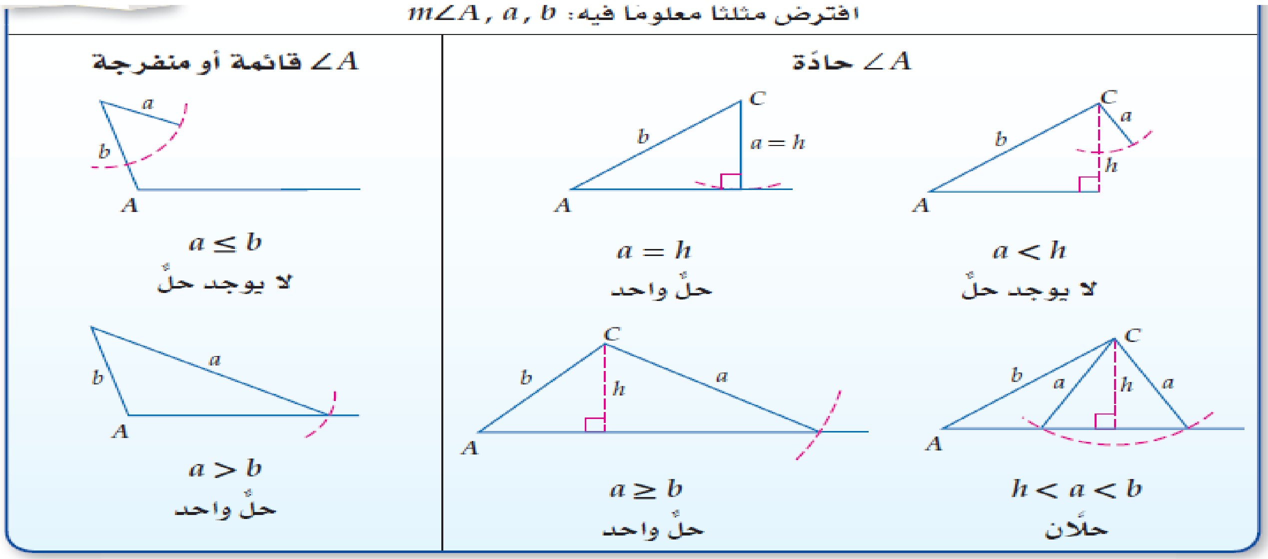
إذا كانت أضلاع ΔABC التي أطوالها: a, b, c تقابل الزوايا ذات القياسات A, B, C على الترتيب، فإن العلاقات الآتية تكون صحيحة:

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$



مقرر رياضيات (٤)

المثلثات الممكنة في حالة (SSA)



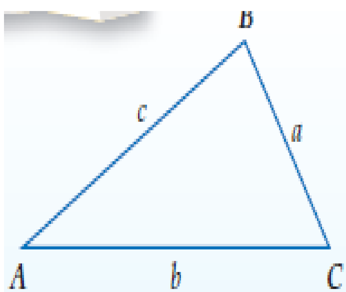
قانون جيوب التمام

إذا كانت أضلاع ΔABC التي أطوالها: a, b, c تقابل الزوايا ذات القياسات A, B, C على الترتيب، فإن العلاقات الآتية تكون صحيحة:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$



مقرر رياضيات (٤)

حل المثلثات غير القائمة الزاوية

إذا أُعطيت	فابدأ الحلّ باستعمال
قياسا زاويتين وطول أيّ ضلع	قانون الجيوب
طولا ضلعين وقياس الزاوية المقابلة لأحدهما	قانون الجيوب
طولا ضلعين وقياس الزاوية المحصورة بينهما	قانون جيوب التمام
أطوال الأضلاع الثلاثة	قانون جيوب التمام

دوال في دائرة الوحدة

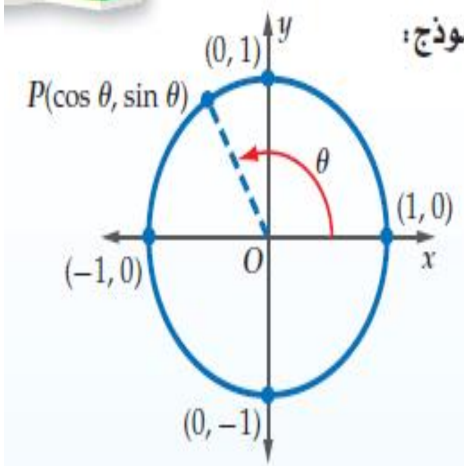
التعبير اللفظي: إذا قطع ضلع الانتهاء للزاوية θ المرسومة في الوضع القياسي دائرة الوحدة في النقطة $P(x,y)$، فإن: $\cos\theta = x, \sin\theta = y$

الرموز: $P(x, y) = P(\cos\theta, \sin\theta)$

مثال: إذا كانت $\theta = 120°$ فإن:

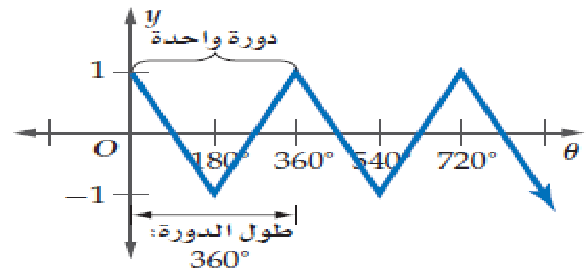
$P(x, y) = P(\cos 120°, \sin 120°)$

النموذج:



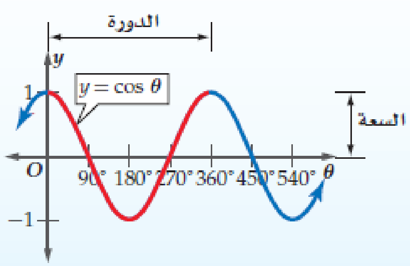
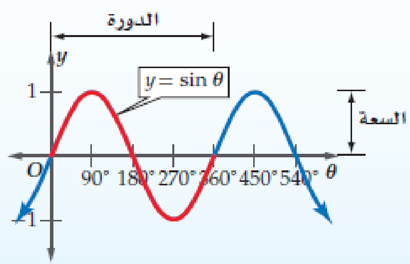
مقرر رياضيات (٤)

الدوالّ الدورية: في **الدوالّ الدورية** يكون شكل الدالّة وقيمها (y) عبارة عن تكرار لنمط على فترات منتظمة متتالية. ويُسمّى النمط الواحد الكامل منها **دورة**، وتُسمّى المسافة الأفقية في الدورة **طول الدورة** كما هو مبيّن في التمثيل البياني للدالّة أدناه.



θ	y
0°	1
180°	−1
360°	1
540°	−1
720°	1

تتكرر الدورة كل 360°

$y = \cos\theta$	$y = \sin\theta$	الدالّة المولدة (الأم)
		التمثيل البياني
مجموعة الأعداد الحقيقية	مجموعة الأعداد الحقيقية	المجال
$\{y \mid -1 \le y \le 1\}$	$\{y \mid -1 \le y \le 1\}$	المدى
1	1	السعة
360°	360°	طول الدورة

تمثيل دالتا الجيب و جيب التمام

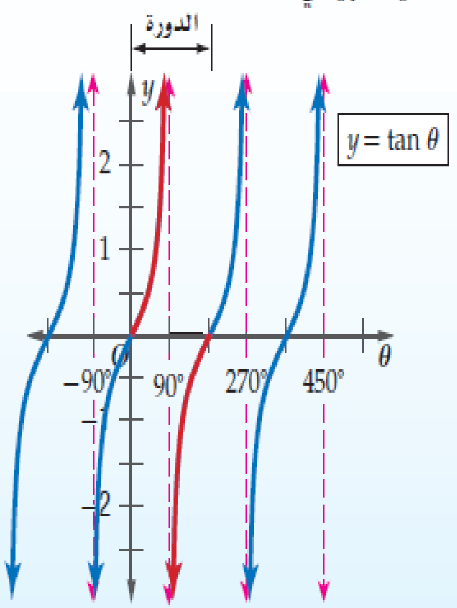
مقرر رياضيات (٤)

إذا كانت دورة كلٍّ من الدالّتين $y = a \sin b\theta$ و $y = a \cos b\theta$ تبدأ عند $\theta = 0$ ، فإن نقاط تقاطع كلٍّ منهما مع المحور θ هي كما في الجدول الآتي:

$y = a \sin b\theta$	$y = a \cos b\theta$
$(0, 0), \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{360°}{b}, 0\right) \left(\frac{360°}{b}, 0\right)$	$\left(\frac{1}{4} \cdot \frac{360°}{b}, 0\right), \left(\frac{3}{4} \cdot \frac{360°}{b}, 0\right)$

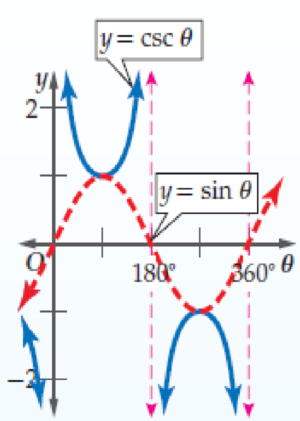
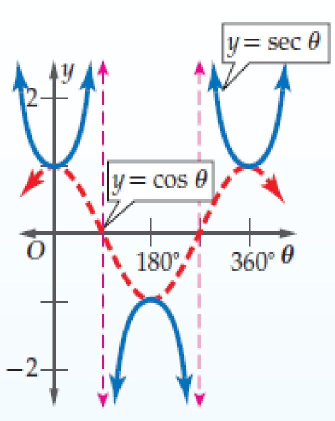
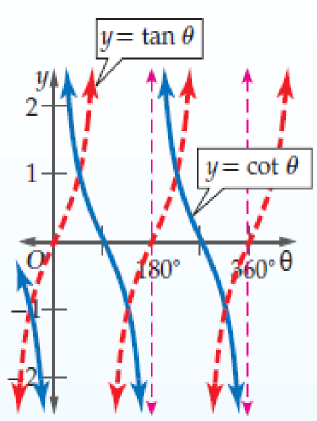
دالة الظل

من الدوال المثلثية التي لها خطوط تقارب

الدالّة المولّدة (الأم)	$y = \tan \theta$	التمثيل البياني للدالّة
المجال	$\{\theta \mid \theta \neq 90° + 180° n, n \in Z\}$	
المدى	مجموعة الأعداد الحقيقية	
السعة	غير معرَّفة	
طول الدورة	180°	

مقرر رياضيات (٤)

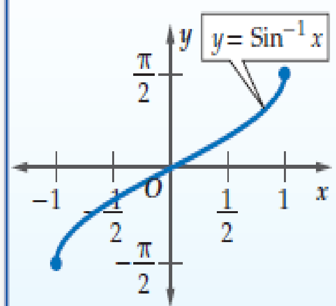
طول الدورة لمنحنى الدالّة $y = a \tan b\theta$ يساوي $\frac{180^\circ}{|b|}$ ، ولا يوجد سعة لهذه الدالّة. وخطوط التقارب الرأسية لها تكون عند المضاعفات الفردية للعدد $\left(\frac{180^\circ}{|b|} \cdot \frac{1}{2}\right)$

الدالّة المولّدة (الأم)	$y = \csc \theta$	$y = \sec \theta$	$y = \cot \theta$
التمثيل البياني			
المجال	$\{\theta \mid \theta \neq 180n, n \in Z\}$	$\{\theta \mid \theta \neq 90 + 180n, n \in Z\}$	$\{\theta \mid \theta \neq 180n, n \in Z\}$
المدى	$\{y \mid 1 \leq y \vee y \leq -1\}$	$\{y \mid 1 \leq y \vee y \leq -1\}$	مجموعة الأعداد الحقيقية
السعة	غير معرّفة	غير معرّفة	غير معرّفة
طول الدورة	360°	360°	180°

تمثيل دوال قاطع التمام و القاطع و ظل التمام

مقرر رياضيات (٤)

الدوال المثلثية العكسية

الدالّة العكسية	الرموز	المجال	المدى	نموذج
دالّة الجيب العكسية	$y = \text{Sin}^{-1} x$	$-1 \le x \le 1$	$-\frac{\pi}{2} \le y \le \frac{\pi}{2}$ $-90° \le y \le 90°$	
دالّة جيب التمام العكسية	$y = \text{Cos}^{-1} x$	$-1 \le x \le 1$	$0 \le y \le \pi$ $0° \le y \le 180°$	
دالّة الظل العكسية	$y = \text{Tan}^{-1} x$	مجموعة الأعداد الحقيقية	$-\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}$ $-90° < y < 90°$	

حَلُّ المعادلات المثلَّثية باستعمال الدوالّ العكسية : المعادلة المثلَّثية هي معادلة تحتوي على دوالّ مثلَّثية بزوايا مجهولة القياس. وحَلُّ المعادلة المثلَّثية يعني: إيجاد قياس الزوايا المجهولة، والتي دوالّها المثلَّثية تجعل المعادلة المثلَّثية صحيحة، وذلك بإعادة كتابتها باستعمال الدوالّ المثلَّثية العكسية.

مقرر رياضيات (٤)

الفصل 4

دليل الدراسة والمراجعة

ملخص الفصل

المفاهيم الأساسية

الدوالّ المثلثية في المثلثات القائمة الزاوية (الدرس 4-1)

- $\sin\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}, \cos\theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}, \tan\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$
- $\csc\theta = \frac{\text{الوتر}}{\text{المقابل}}, \sec\theta = \frac{\text{الوتر}}{\text{المجاور}}, \cot\theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{المقابل}}$

الزوايا وقياسها والدوالّ المثلثية للزوايا (الدرسان 4-3, 4-2)

- يُحدّد قياس الزاوية المرسومة في الوضع القياسي بمقدار الدوران واتجاهه من ضلع الابتداء إلى ضلع الانتهاء.
- يمكنك إيجاد قيم الدوالّ المثلثية الستّ للزاوية θ، بمعلومية إحداثي النقطة $P(x, y)$ التي تقع على ضلع الانتهاء للزاوية.

قانون الجيوب وقانون جيوب التمام (الدرسان 4-5, 4-4)

- $\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$
- $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$
- $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$
- $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$

الدوالّ الدائرية والدوالّ المثلثية العكسية (الدرسان 4-8, 4-6)

- إذا قطع ضلع الانتهاء للزاوية θ المرسومة في الوضع القياسي دائرة الوحدة في النقطة $P(x, y)$، فإن $\cos\theta = x, \sin\theta = y$.
- $y = \text{Sin}\,x$ إذا وفقط إذا كان $y = \sin x$، $-\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{\pi}{2}$
- $y = \text{Cos}\,x$ إذا وفقط إذا كان $y = \text{Cos}\,x$، $0 \le x \le \pi$
- $y = \text{Tan}\,x$ إذا وفقط إذا كان $y = \text{Tan}\,x$، $\frac{-\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$

تمثيل الدوالّ المثلثية بيانيًا (الدرس 4-7)

- للدوال المثلثية التي في إحدى الصورتين $y = a\sin b\theta, y = a\cos b\theta$، سعة تساوي $|a|$، وطول دورة يساوي $\frac{360°}{|b|}$ أو $\frac{2\pi}{|b|}$.
- أما الدالّة المثلثية $y = a\tan b\theta$ فطول دورتها يساوي $\frac{180°}{|b|}$ أو $\frac{\pi}{|b|}$، ولا يوجد لها سعة.

المطويات منظم أفكار

تأكّد من أن المفاهيم الأساسية مدوّنة في مطويتك.

المفردات الأساسية

حساب المثلثات ص 159
النسبة المثلثية ص 159
الدالة المثلثية ص 159
الجيب ص 159
جيب التمام ص 159
الظلّ ص 159
قاطع التمام ص 159
القاطع ص 159
ظلّ التمام ص 159
دوالّ المقلوب ص 160
معكوس الجيب ص 162
معكوس جيب التمام ص 162
معكوس الظلّ ص 162
زاوية الارتفاع ص 163
زاوية الانخفاض ص 163
الوضع القياسي ص 168
ضلع الابتداء ص 168
ضلع الانتهاء ص 168
الراديان ص 170
الزاوية المركزية ص 171
طول القوس ص 171
الزاوية الربعية ص 175
الزاوية المرجعية ص 175
قانون الجيوب ص 181
حل المثلث ص 181
قانون جيوب التمام ص 189
دائرة الوحدة ص 195
الدالّة الدائرية ص 195
الدالّة الدورية ص 196
الدورة ص 196
طول الدورة ص 196
السعة ص 202
التردد ص 203
القيم الأساسية ص 209
دالّة الجيب العكسية ص 209
دالّة جيب التمام العكسية ص 209
دالّة الظلّ العكسية ص 209
المعادلة المثلثية ص 209

اختبر مفرداتك

اختر المفردة المناسبة من القائمة السابقة لإكمال كلٌ جملة فيما يأتي:

1) ________ يُستعمل لحلّ مثلث بمعلومية قياسي زاويتين وطول ضلع فيه.

2) الدوالّ $\sec\theta$, $\csc\theta$, $\cot\theta$ تسمى ________

3) تُسمى المسافة الأفقية في الدورة ________ .

4) إذا وقع ضلع الانتهاء للزاوية المرسومة في الوضع القياسي على المحور x أو على المحور y، فإن هذه الزاوية تُسمى ________.

5) ________ هي الزاوية المحصورة بين خطّ النظر والخطّ الأفقي عندما ينظر الشخص إلى أعلى.

6) ________ منحنى دالّة الجيب أو منحنى دالّة جيب التمام تساوي نصف الفرق بين القيمة العظمى والقيمة الصغرى للدالّة.

مقرر رياضيات (٤)

تبسيط العبارة $\frac{x-1}{x^2-6x+5}$ هو .. Ⓐ $\frac{1}{x-5}$. Ⓑ $\frac{1}{x-1}$. Ⓒ $x-5$. Ⓓ $\frac{x-1}{x-5}$.	تبسيط العبارة $\frac{1+\frac{1}{y}}{1-\frac{1}{y}}$ هو .. Ⓐ $\frac{1}{y}$. Ⓑ $\frac{y-1}{y+1}$. Ⓒ $\frac{y+1}{y-1}$. Ⓓ 1 .
للدالة $f(x)=\frac{1}{x-1}+5$ خط تقارب أفقي عند .. Ⓐ $y=-1$. Ⓑ $y=0$. Ⓒ $y=1$. Ⓓ $y=5$.	الحد النوني للمتتابعة الهندسية $5, 10, 20, 40, \ldots$ يساوي .. Ⓐ $5(2)^{n-1}$. Ⓑ $2(5)^{n-1}$. Ⓒ $5(2)^n$. Ⓓ $(2)^{n-1}$.
إذا كانت p تتغير طردياً مع r وعكسياً مع t ، وكانت $t=20$ عندما $p=4, r=2$ فإن قيمة t عندما $p=-5, r=10$ تساوي .. A 10 B 80 C −80 D −125	الأساس r في المتسلسلة الهندسية المتقاربة .. Ⓐ $\|r\|<1$. Ⓑ $\|r\|>1$. Ⓒ $\|r\|=1$. Ⓓ $r=0$.

مقرر رياضيات (٤)

الحد الأخير في مفكوك $(x+1)^{10}$ يساوي ..

Ⓐ 1 .　Ⓑ 9 .

Ⓒ 10 .　Ⓓ 11 .

الحد الرابع عشر في المتتابعة الحسابية ... ,2,4,6,8 هو ..

Ⓐ 28 .　Ⓑ 25 .

Ⓒ 26 .　Ⓓ 30 .

عدد الترتيبات التي يجلس بها 4 أشخاص في حلقة دائرية بحيث يكون أكبرهم بجانب الباب يساوي ..

Ⓐ 4 .　Ⓑ 6 .

Ⓒ 24 .　Ⓓ 120 .

إذا كان احتمال هطول المطر 30% فإن احتمال عدم هطوله يساوي ..

Ⓐ 20% .　Ⓑ 30% .

Ⓒ 60% .　Ⓓ 70% .

عند إلقاء قطعة نقد ورمي مكعب مرقم مرة واحدة فإن احتمال ظهور الشعار والعدد 5 يساوي ..

A $\frac{1}{6}$　B $\frac{7}{12}$

C $\frac{1}{12}$　D $\frac{1}{2}$

لمجموعة بيانات عددها 25 إذا كانت قيمة المقدار $\sum_{k=1}^{25}(x_k-\mu)^2$ تساوي 100 فإن الانحراف المعياري للمجتمع يساوي ..

A 10　B 5

C 4　D 2

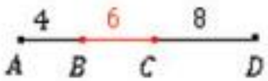
مقرر رياضيات (٤)

$\frac{09}{7}$ احتمال تكوين كلمة (المملكة) من الأحرف المجاورة يساوي ..

A $\frac{1}{24}$ B $\frac{1}{5040}$

C 1260 D $\frac{1}{1260}$

من الشكل المجاور؛ ما احتمال وقوع نقطة على القطعة المستقيمة $\overline{BC}$ ؟



A $\frac{1}{3}$ B $\frac{1}{2}$

C $\frac{2}{5}$ D $\frac{2}{3}$

الدالة $f(x) = \frac{x^2-4}{x-2}$ لها نقطة انفصال عند ..

Ⓐ $x = -2$. Ⓑ $x = 2$.

Ⓒ $x = 4$. Ⓓ $x = 0$.

قيمة x التي تحقق المعادلة $2^x - 8 = 0$ هي ..

Ⓐ 2 . Ⓑ 3 .

Ⓒ 6 . Ⓓ 8 .

حل المتباينة $2^x - 8 < 0$ هو ..

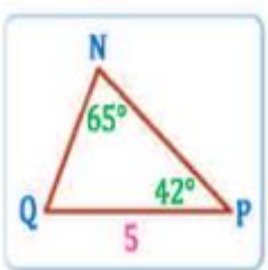
Ⓐ $x \le 8$. Ⓑ $x < 3$.

Ⓒ $x \ge 3$. Ⓓ $x > 3$.

من الشكل المجاور؛ QN يساوي ..

Ⓐ $\frac{5\sin 65°}{\sin 42°}$. Ⓑ $\frac{5\sin 42°}{\sin 65°}$.

Ⓒ $\frac{5\sin 42°}{\sin 65°}$. Ⓓ $5\sin 65°$.



مقرر رياضيات (٤)

قيمة $\cos\left(\text{Arc}\cos\frac{1}{2}\right)$ تساوي ..

Ⓐ $\frac{1}{4}$.　　Ⓑ $\frac{1}{2}$.

Ⓒ $\frac{1}{3}$.　　Ⓓ 1 .

إذا كان قياس الزاوية $m\angle\theta = 300°$ فإن قياس زاويتها المرجعية θ' يساوي ..

A $15°$　　B $30°$

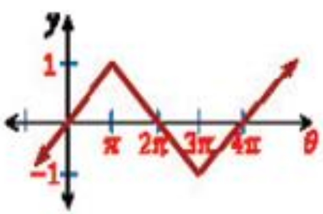
C $45°$　　D $60°$

الزاوية .... تشترك مع الزاوية $420°$ في ضلع الانتهاء.

Ⓐ $30°$.　　Ⓑ $45°$.

Ⓒ $60°$.　　Ⓓ $120°$.

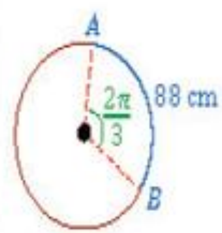
طول الدورة للدالة المجاورة يساوي ..



A π　　B 2π

C 3π　　D 4π

من الشكل المجاور؛ ما طول قطر الدائرة؟ علمًا أن $\pi \approx \frac{22}{7}$.



A 88 cm　　B 84 cm

C 42 cm　　D 21 cm

قيمة المحددة $\begin{vmatrix} \cos x & \sin x \\ \sin x & -\cos x \end{vmatrix}$ تساوي ..

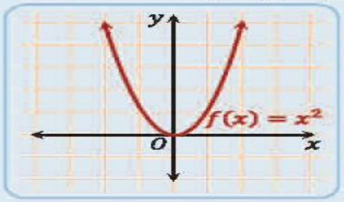
A 0　　B -1

C 1　　D $2\sin^2 x$

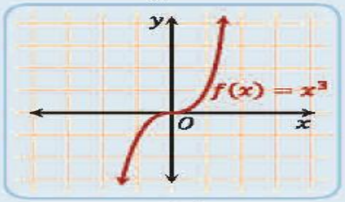
رياضيات ٥و ٦

الدوال الرئيسة « الأم » لبعض الدوال

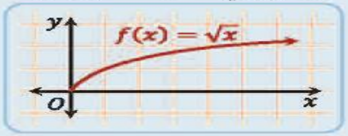
- الدالة التربيعية: $f(x) = x^2$ ؛ وتُمثل بقطع مكافئ على شكل الحرف U .



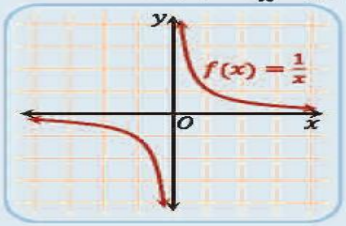
- الدالة التكعيبية: $f(x) = x^3$ ؛ وتمثل بمنحنى متماثل بالنسبة لنقطة الأصل.



- دالة الجذر التربيعي: $f(x) = \sqrt{x}$.

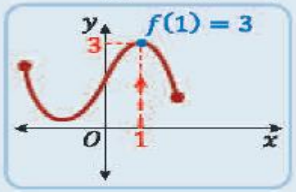


- دالة المقلوب: $f(x) = \frac{1}{x}$.



تحليل التمثيل البياني للدالة

- تحليل التمثيل البياني للدالة: هو تقدير قيم الدالة وإيجاد مجالها ومداها ومقطعها مع محوري x , y وأصفارها.
- قيمة الدالة عند نقطة: طول العمود الواصل من النقطة على محور x إلى منحنى الدالة.



- المجال: نستعمل القيم على محور x لتحديده.
- المدى: نستعمل القيم على محور y لتحديده.
- المقطع x : نقاط تقاطع الدالة مع محور x .
- المقطع y : نقاط تقاطع الدالة مع محور y .
- الدالة الزوجية: التعرف عليها ..

بيانيًا	جبريًا
متماثلة حول المحور y	$f(-x) = f(x)$

- الدالة الفردية: التعرف عليها ..

بيانيًا	جبريًا
متماثلة حول نقطة الأصل	$f(-x) = -f(x)$

رياضيات ٥و ٦

تزايد وتناقص وثبوت الدالة

- تكون الدالة f **متزايدة** على فترة ما إذا وفقط إذا زادت قيم $f(x)$ كلما زادت قيم x في الفترة.
- تكون الدالة f **متناقصة** على فترة ما إذا وفقط إذا تناقصت قيم $f(x)$ كلما زادت قيم x في الفترة.
- تكون الدالة f **ثابتة** على فترة ما إذا وفقط إذا لم تتغير قيم $f(x)$ لأي قيم x في الفترة.

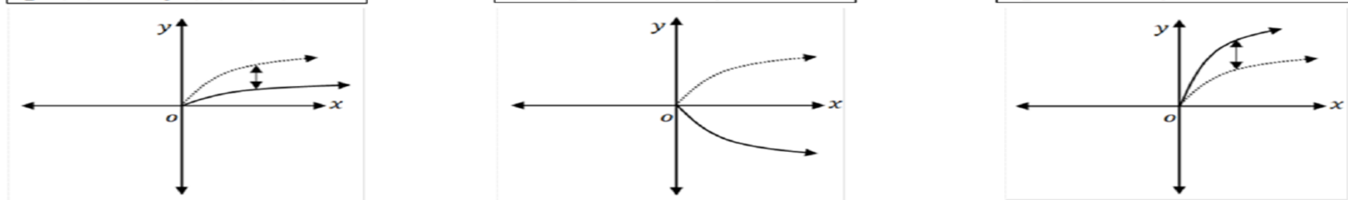
القيم القصوى المحلية والمطلقة للدالة

- القيم القصوى: النقاط التي تُغيّر الدالة عندها سلوك تزايدها أو تناقصها مكونة قمة أو قاعًا في منحنى الدالة، وتسمى نقاطًا حرجة.
- القيمة العظمى المحلية: إذا وجدت قيمة للدالة أكبر من كل القيم الأخرى في فترة من مجال الدالة.
- القيمة العظمى المطلقة: إذا وجدت قيمة عظمى محلية للدالة وكانت أكبر قيمة للدالة في مجالها.
- القيمة الصغرى المحلية: إذا وجدت قيمة للدالة أصغر من كل القيم الأخرى في فترة من مجال الدالة.
- القيمة الصغرى المطلقة: إذا وجدت قيمة صغرى محلية للدالة وكانت أصغر قيمة للدالة في مجالها.

رياضيات ٥و٦

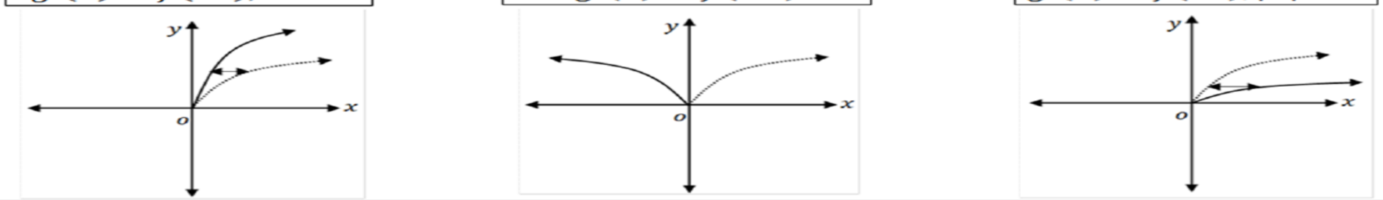
التمدد الرأسي

توسع رأسي	انعكاس حول محور x	تضيق رأسي
$g(x) = af(x), a > 1$	$g(x) = -f(x)$	$g(x) = af(x), \|a\| < 1$



التمدد الأفقي

توسع أفقي	انعكاس حول محور y	تضيق أفقي
$g(x) = f(ax), \|a\| < 1$	$g(x) = f(-x)$	$g(x) = f(ax), a > 1$



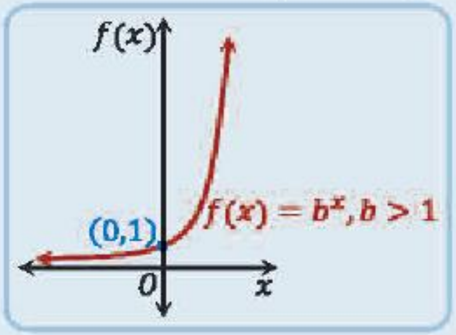
القيمة المطلقة

$g(x) = \|f(x)\|$	$g(x) = f(\|x\|)$
يعكس الجزء الواقع تحت محور x ليصبح فوق محور x	يبدل الجزء الواقع يسار محور y بالجزء الأيمن من محور y

رياضيات ٥و٦

الدوال والمعادلات الأسية

- الدالة الرئيسة « الأم »: $f(x) = b^x \,,\, b > 1$.



- المجال: مجموعة الأعداد الحقيقية R .
- المدى: مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة R^+ .
- مقطع المحور y : $(0,1)$.
- المعادلة الأسية: تظهر فيها المتغيرات في مواقع الأسس.
- إذا كان $b > 0 \,, b \neq 1$ فإن $b^x = b^y$ إذا وفقط إذا كان $x = y$.

رياضيات ٥و٦

اللوغاريتمات

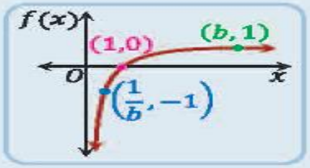
- اللوغاريتم: الأس y الذي يجعل المعادلة $b^y = x$ صحيحة ؛ حيث x, b عددان موجبان و $b \neq 1$.
- علاقة الصورة الأسية باللوغاريتمية:

$$b^y = x \Leftrightarrow y = \log_b x$$

- لا يوجد لوغاريتم لعدد سالب.

الدالة اللوغاريتمية

- الدالة $f(x) = \log_b x$ تسمى الدالة اللوغاريتمية الأم ؛ حيث b, x عددان موجبان و $b \neq 1$.



- منحنى الدالة $f(x) = \log_b x$ يمر بالنقاط الثلاث $(b, 1)$ ، $(1,0)$ ، $\left(\frac{1}{b}, -1\right)$.
- المجال: الأعداد الحقيقية الموجبة R^+ .
- المدى: الأعداد الحقيقية R .

خصائص اللوغاريتمات

- $\log_b 1 = 0$ ، $\log_b b = 1$ ، $\log_b b^x = x$.
- اللوغاريتم العشري: لوغاريتم أساسه 10 ، ويُكتب دون كتابة الأساس 10 .
- $\log 10 = 1$.
- خاصية المساواة: إذا كان $b > 1$ فإن .. $\log_b x = \log_b y$ إذا وفقط إذا كان $x = y$
- خاصية التباين1: ليكن $b > 1$ ، $x > 0$ ؛ عندها فإنه ..

إذا كان $\log_b x > y$ فإن $x > b^y$

إذا كان $\log_b x < y$ فإن $0 < x < b^y$

- خاصية التباين2: إذا كان $b > 1$ فإن .. $\log_b x > \log_b y$ إذا وفقط إذا كان $x > y$
- خاصية الضرب:

$$\log_x ab = \log_x a + \log_x b$$

- خاصية القسمة:

$$\log_3 \frac{a}{b} = \log_x a - \log_x b$$

- خاصية لوغاريتم القوة:

$$\log_b m^p = p \log_b m$$

رياضيات ٥و٦

الاحتمالات والإحصاء

مقاييس النزعة المركزية

- الوسط الحسابي: يُستعمل عندما لا تكون هناك قيم متطرفة.
- الوسيط: يُستعمل عندما تكون هناك قيم متطرفة ولا توجد فراغات كبيرة في المنتصف.
- المنوال: يُستعمل في البيانات التي تتكرر فيها قيم عديدة.

هامش الخطأ

- لعينة حجمها n من مجتمع كلي فإن ..

$$\text{هامش الخطأ} = \pm\frac{1}{\sqrt{n}}$$

مقاييس التشتت

- التباين σ^2 : يقيس مدى تباعد مجموعة البيانات من الوسط أو تقاربها.
- الانحراف المعياري σ : الجذر التربيعي الموجب للتباين ..

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{n}(x_k-\mu)^2}{n}}$$

الوسط للمجتمع ويُقرأ ميو ، قيم المجتمع

الجداول التوافقية

	C	D
A	ω	β
B	Δ	$\propto$

إيجاد احتمال أن يكون A علمًا أنه C ..

$$P(A/C) = \frac{\omega}{\omega+\Delta}$$

رياضيات ٥و٦

الاحتمالات والإحصاء

احتمال النجاح والفشل لحادثة ما

احتمال النجاح $P(S)$	احتمال الفشل $P(F)$
$P(S) = \frac{s}{s+f}$	$P(F) = \frac{f}{s+f}$

عدد مرات النجاح ، عدد مرات الفشل

التوزيع الطبيعي

- منحنى التوزيع الطبيعي يشـبه الجرس والمسـاحة تحت المنحنى تساوي 1 .
- التوزيع الطبيعي الذي وسطه μ وانحرافه المعياري σ له الخصائص التالية:

يقع 68% تقريبًا من البيانات ضمن الفترة $\mu - \sigma, \mu + \sigma$
يقع 95% تقريبًا من البيانات ضمن الفترة $\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma$
يقع 99% تقريبًا من البيانات ضمن الفترة $\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma$

احتمال ذات الحدين

- احتمال X نجاح من n من المحاولات المستقلة في تجربة ذات الحدين هو ..

$$P(X) = {}_nC_x p^x q^{n-x}$$

احتمال النجاح ، احتمال الفشل

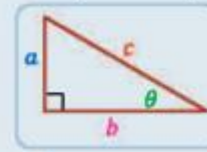
- الوسط لتوزيع ذات الحدين: $\mu = np$.
- التباين: $\sigma^2 = npq$.
- الانحراف المعياري: $\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{npq}$.

حساب المثلثات

رياضيات ٥و٦

الدوال المثلثية

◄ الدوال المثلثية في مثلث قائم الزاوية:



$\sin\theta = \frac{a}{c}$ $\quad$ $\csc\theta = \frac{c}{a}$

$\cos\theta = \frac{b}{c}$ $\quad$ $\sec\theta = \frac{c}{b}$

$\tan\theta = \frac{a}{b}$ $\quad$ $\cot\theta = \frac{b}{a}$

◄ الدوال المثلثية لبعض الزوايا الخاصة:

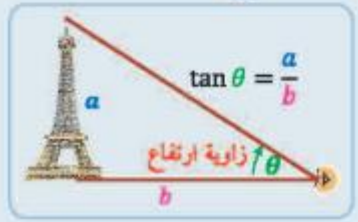
θ	$\sin\theta$	$\cos\theta$	$\tan\theta$
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$

معكوس الدالة

◄ رمزه: يرمز له بالرمز Arc .

◄ المعكوس $\mathrm{Arc}\sin\theta$ يرمز له بالرمز $\mathrm{Sin}^{-1}\theta$ ، وكذلك مع بقية الدوال المثلثية.

زاوية الارتفاع



الزاوية

◄ لإيجاد زاوية مشتركة في ضلع الانتهاء مع زاوية أخرى نجمع أو نطرح أحد مضاعفات 360° .

◄ لتحويل الزاوية من الستيني إلى الراديان نضرب في $\frac{\pi}{180}$.

◄ لتحويل الزاوية من الراديان إلى الستيني نضرب في $\frac{180}{\pi}$.

◄ لكل زاوية في الوضع القياسي ..

$\sin\theta = \frac{y}{r}$, $\cos\theta = \frac{x}{r}$, $r = \sqrt{x^2 + y^2}$

◄ الزاوية المرجعية لزاوية تقع في الربع الثاني تساوي $180° - \theta$.

◄ الزاوية المرجعية لزاوية تقع في الربع الثالث تساوي $\theta - 180°$.

◄ الزاوية المرجعية لزاوية تقع في الربع الرابع تساوي $360° - \theta$.

مساحة المثلث

◄ مساحة مثلث تساوي نصف حاصل ضرب طولي ضلعين في جيب الزاوية المحصورة بينهما.

قاعدة الجيب وجيب التمام

◄ قاعدة الجيب: لأي مثلث QNP فإن ..

$$\frac{QN}{\sin P} = \frac{NP}{\sin Q} = \frac{QP}{\sin N}$$

◄ قاعدة جيب التمام: لأي مثلث FGH فإن ..

$$g^2 = f^2 + h^2 - 2fh\cos G \ ,$$

$$\cos G = \frac{f^2 + h^2 - g^2}{2fh}$$

طول الدورة والسعة للدوال المثلثية

◄ طول الدورة:

الدالة	$\sin\theta$	$\cos\theta$	$\tan\theta$
طول دورتها	360°	360°	180°

◄ تعميم لطول الدورة:

الدالة	$a\sin b\theta$	$a\cos b\theta$	$a\tan b\theta$
طول دورتها	$\frac{360°}{\lvert a\rvert}$	$\frac{360°}{\lvert a\rvert}$	$\frac{180°}{\lvert a\rvert}$

◄ أحيانًا يكون هناك تكرار للنمط عند رسم الدالة.

◄ سعة الدالة: الدالة $y = a\sin b\theta$ سعتها $|a|$ والدالة $y = c\cos d\theta$ سعتها $|c|$.

رياضيات ٥و٦

حساب المثلثات

الدوال المثلثية لمجموع زاويتين والفرق بينهما

- لأي زاويتين A, B :

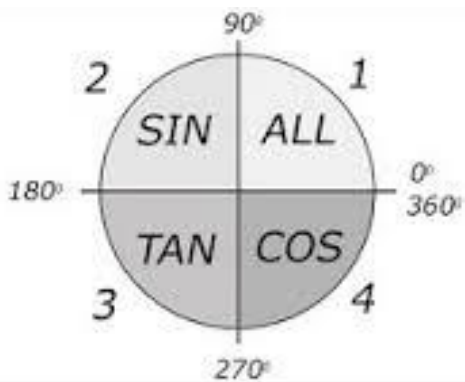
$$\sin(A \pm B) = \sin A \cos B \pm \cos A \sin B$$

- لأي زاويتين A, B :

$$\cos(A \pm B) = \cos A \cos B \mp \sin A \sin B$$

- لأي زاويتين A, B :

$$\tan(A \pm B) = \frac{\tan A \pm \tan B}{1 \mp \tan A \tan B}$$



حل المعادلات المثلثية

- المقصود به: إيجاد قيمة θ التي تحقق المعادلة المثلثية.
- مثال:

حل المعادلة $\tan\theta = 1$ حيث $0° \le \theta \le 360°$

$\tan\theta = 1 > 0$ ⇐ θ في الربع الأول أو الثالث

وبما أن $\cos 45° = 1$ فإن ..

$\theta = 45°$ أو $\theta = 180° + 45° = 225°$

الدوال المثلثية لضعف زاوية

$$\sin 2\theta = 2 \sin\theta \cos\theta$$

$$\cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta$$

$$\tan 2\theta = \frac{2\tan\theta}{1 - \tan^2\theta}$$

الدوال المثلثية لنصف زاوية

$$\sin\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{2}}$$

$$\cos\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos\theta}{2}}$$

$$\tan\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}}$$

رياضيات ٥و٦

القطع المكافئ الذي محوره أفقي

- المعادلة: $(y-k)^2 = 4p(x-h)$.

$p > 0$	الفتحة لليمين
$p < 0$	الفتحة لليسار

- الرأس: (h, k) .
- البؤرة: $(h+p, k)$.
- معادلة محور التماثل: $y = k$.
- معادلة الدليل: $x = h - p$.
- طول الوتر البؤري: $|4p|$.

القطع المكافئ الذي محوره رأسي

- المعادلة: $(x-h)^2 = 4p(y-k)$.

$p > 0$	الفتحة للأعلى
$p < 0$	الفتحة للأسفل

- الرأس: (h, k) .
- البؤرة: $(h, k+p)$.
- معادلة محور التماثل: $x = h$.
- معادلة الدليل: $y = k - p$.
- طول الوتر البؤري: $|4p|$.

رياضيات ٥و٦

القطع الناقص الذي محوره الأكبر أفقي

- المعادلة: $\frac{(x-h)^2}{a^2}+\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$.
- الاتجاه: المحور الأكبر أفقي.
- المركز: (h,k) .
- البؤرتان: $(h\pm c,k)$.
- الرأسان: $(h\pm a,k)$.
- الرأسان المرافقان: $(h,k\pm b)$.
- المحور الأكبر: معادلته $y=k$ وطوله $2a$.
- المحور الأصغر: معادلته $x=h$ وطوله $2b$.
- العلاقة بين a,b,c ..

$$a>b\ ,\ c=\sqrt{a^2-b^2}$$

القطع الناقص الذي محوره الأكبر رأسي

- المعادلة: $\frac{(x-h)^2}{b^2}+\frac{(y-k)^2}{a^2}=1$.
- الاتجاه: المحور الأكبر رأسي.
- المركز: (h,k) .
- البؤرتان: $(h,k\pm c)$.
- الرأسان: $(h,k\pm a)$.
- الرأسان المرافقان: $(h\pm b,k)$.
- المحور الأكبر: معادلته $x=h$ وطوله $2a$.
- المحور الأصغر: معادلته $y=k$ وطوله $2b$.
- العلاقة بين a,b,c ..

$$a>b\ ,\ c=\sqrt{a^2-b^2}$$

الاختلاف المركزي للقطع الناقص

$$e=\frac{c}{a}$$

الاختلاف المركزي، البعد بين المركز والبؤرة، البعد بين المركز والرأس

- قيمة e تنحصر بين 0 و 1 .
- عندما $e=0$ فإن القطع الناقص يصبح دائرة.

رياضيات ٥و٦

القطع الزائد الذي محوره القاطع أفقي

- المعادلة: $\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$.
- الاتجاه: المحور القاطع أفقي.
- المركز: (h, k) .
- الرأسان: $(h \pm a, k)$.
- البؤرتان: $(h \pm c, k)$.
- المحور القاطع: معادلته $y = k$ وطوله $2a$.
- المحور المرافق: معادلته $x = h$ وطوله $2b$.
- خطا التقارب: $y - k = \pm \frac{b}{a}(x - h)$.
- العلاقة بين a, b, c : $c = \sqrt{a^2 + b^2}$.

القطع الزائد الذي محوره القاطع رأسي

- المعادلة: $\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$.
- الاتجاه: المحور القاطع رأسي.
- المركز: $C(h, k)$.
- الرأسان: $V(h, k \pm a)$.
- البؤرتان: $F(h, k \pm c)$.
- المحور القاطع: معادلته $x = h$ وطوله $2a$.
- المحور المرافق: معادلته h وطوله $2b$.
- خطا التقارب: $y - k = \pm \frac{a}{b}(x - h)$.
- العلاقة بين a, b, c : $c = \sqrt{a^2 + b^2}$.

الاختلاف المركزي للقطع الزائد

$$e = \frac{c}{a}$$

الاختلاف المركزي، البعد بين المركز والبؤرة، البعد بين المركز والرأس

- $c = \sqrt{a^2 + b^2}$.
- قيمة الاختلاف المركزي e أكبر من 1 .

رياضيات ٥و٦

المعادلة من الدرجة الثانية وتصنيف القطوع

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$$

المعادلة أعلاه تُمثِّل ..

قطعًا مكافئًا: إذا كان $B^2 - 4AC = 0$.

قطعًا ناقصًا: إذا كان ..

$B \neq 0$ أو $A \neq C$, $B^2 - 4AC < 0$

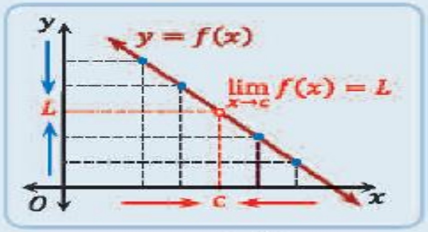
قطعًا زائدًا: إذا كان $B^2 - 4AC > 0$.

دائرةً: إذا كان ..

$B = 0$ و $A = C$ و $B^2 - 4AC < 0$

رياضيات ٥ و ٦

تقدير النهايات بيانيًا



- إذا اقتربت قيم $f(x)$ من قيمة وحيدة L كلما اقتربت قيم x من العدد c من كلا الجهتين فإن نهاية $f(x)$ عندما x تقترب من c هي L ؛ وتُكتب على الصورة $\lim\limits_{x \to c} f(x) = L$.
- النهاية من اليمين: إذا اقتربت قيم $f(x)$ من قيمة وحيدة L_1 عند اقتراب قيم x من العدد c من اليمين فإن $\lim\limits_{x \to c^+} f(x) = L_1$.
- النهاية من اليسار: إذا اقتربت قيم $f(x)$ من قيمة وحيدة L_2 عند اقتراب قيم x من العدد c من اليسار فإن $\lim\limits_{x \to c^-} f(x) = L_2$.
- النهاية عند نقطة:

إذا كانت $\lim\limits_{x \to c^+} f(x) = \lim\limits_{x \to c^-} f(x) = L$ فإن $\lim\limits_{x \to c} f(x) = L$

تنبيه: إذا كانت $\lim\limits_{x \to c^+} f(x) \neq \lim\limits_{x \to c^-} f(x)$ فإن $\lim\limits_{x \to c} f(x)$ غير موجودة.

حساب النهايات جبريًا

- نهايات الدوال الثابتة: $\lim\limits_{x \to c} k = k$.
- نهاية الدالة المحايدة: $\lim\limits_{x \to c} x = c$.
- نهايات دوال كثيرات الحدود: بالتعويض المباشر.

نهايات الدوال النسبية

- طريقة إيجادها: بالتعويض المباشر.
- الصيغة غير المحددة $\frac{0}{0}$:

تنتج من التعويض المباشر لبعض نهايات الدوال النسبية.

طرق معالجتها: التحليل ثم اختصار العوامل المشتركة، ضرب البسط والمقام في المرافق.

رياضيات ٥و٦

نهاية الدالة النسبية $p(x)$ عند اللانهاية

- إذا كانت درجة البسط تساوي درجة المقام فإن ..

$$\lim_{x \to \pm\infty} p(x) = \frac{\text{معامل } x \text{ لأكبر أس في البسط}}{\text{معامل } x \text{ لأكبر أس في المقام}}$$

- إذا كانت درجة البسط أقل من درجة المقام فإن ..

$$\lim_{x \to \pm\infty} p(x) = 0$$

- إذا كانت درجة البسط أكبر من درجة المقام فإن ..

$$\lim_{x \to +\infty} p(x) = +\infty$$

و $\lim_{x \to -\infty} p(x) = (-1)^{\text{درجة البسط} - \text{درجة المقام}}(\infty)$

نهايات دوال القوى عند اللانهاية

- $\lim_{x \to \infty} x^n = \infty$.
- $\lim_{x \to -\infty} x^n = \infty$ ، إذا كانت n زوجي.
- $\lim_{x \to -\infty} x^n = -\infty$ ، إذا كانت n فردي.

رياضيات ٥و٦

قواعد أساسية في الاشتقاق

- رموز مشتقة الدالة f بالنسبة للمتغير x :

$$f'(x) , \frac{dy}{dx} , \frac{df}{dx} , y'$$

- مشتقة الثابت:

$$f(x) = c \rightarrow f'(x) = 0$$

- مشتقة القوة:

$$f(x) = x^n \rightarrow f'(x) = nx^{n-1}$$

- مشتقة مضاعفات القوة:

$$f(x) = cx^n \rightarrow f'(x) = ncx^{n-1}$$

- مشتقة المجموع أو الفرق:

إذا كانت $f(x) = g(x) \pm h(x)$ فإن ..

$$f'(x) = g'(x) \pm h'(x)$$

- مشتقة ضرب دالتين:

إذا كانت $f(x) = g(x) \cdot h(x)$ فإن ..

$$f'(x) = g'(x) \cdot h(x) + g(x) \cdot h'(x)$$

- مشتقة قسمة دالتين:

$$\frac{d}{dx}\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right] = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{[g(x)]^2}$$

رياضيات ٥ و ٦

الدوال الأصلية وقواعد التكامل غير المحدد

- الدالة $F(x)$ تسمى دالة أصلية للدالة $f(x)$ إذا كانت $F'(x) = f(x)$ ؛ وبالرموز ..

$$\int f(x)\,dx = F(x) + C$$

ثابت التكامل C، الدالة الأصلية لـ $f(x)$ هي $F(x)$

- قاعدة تكامل دالة القوة:

$$\int x^n\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$$

- قاعدة تكامل دالة ضرب دالة القوة في عدد ثابت:

$$\int kx^n\,dx = \frac{kx^{n+1}}{n+1} + C$$

- قاعدة تكامل المجموع والفرق:

$$\int [g(x) \pm f(x)]\,dx = G(x) \pm F(x) + C$$

الدالة الأصلية لـ $g(x)$ هي $G(x)$، الدالة الأصلية لـ $f(x)$ هي $F(x)$

المساحة تحت المنحنى والتكامل

- مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الدالة $f(x)$ ومحور x في الفترة $[a,b]$ تُعطي بالتكامل ..

$$\text{المساحة} = \int_a^b f(x)\,dx \ \text{وحدة مساحة}$$

تدريبات رياضيات ٥ و ٦

أي الدوال التالية فردية؟

Ⓐ $f(x) = x^2$.　Ⓑ $f(x) = x^3 - 1$.

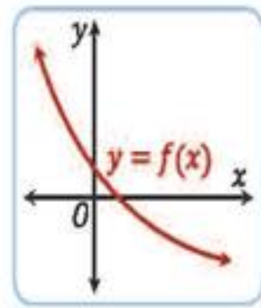
Ⓒ $f(x) = x^2 + x$.　Ⓓ $f(x) = \frac{1}{x}$.

أي الدوال التالية زوجية؟

Ⓐ $f(x) = x^2$.　Ⓑ $f(x) = x^3$.

Ⓒ $f(x) = x^2 + x$.　Ⓓ $f(x) = \frac{1}{x}$.

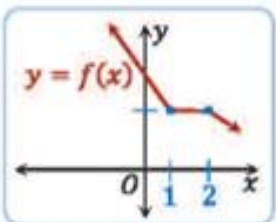
من الشكل المجاور؛ الدالة $y = f(x)$ ..



Ⓐ متزايدة.　Ⓑ متناقصة.

Ⓒ ثابتة.　Ⓓ متذبذبة.

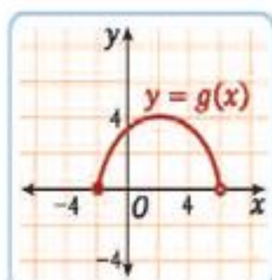
◄ من الشكل المجاور؛ الدالة $y = f(x)$ في الفترة $[1, 2]$ تكون ..



Ⓐ متزايدة.　Ⓑ متناقصة.

Ⓒ ثابتة.　Ⓓ متذبذبة.

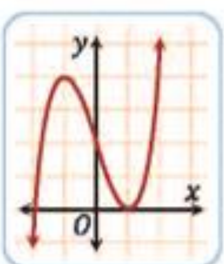
◄ من الشكل المجاور؛ القيمة العظمى المطلقة تساوي ..



Ⓐ -2 .　Ⓑ 2 .

Ⓒ 4 .　Ⓓ 6 .

◄ من الشكل المجاور؛ القيمة الصغرى المحلية للدالة تساوي ..



Ⓐ 4 .　Ⓑ 1 .

Ⓒ 0 .　Ⓓ -2 .

تدريبات رياضيات ٥ و ٦

قيمة $\sin 15° \cos 45° - \cos 15° \sin 45°$ تساوي .. A $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ C $\frac{1}{2}$ D $-\frac{1}{2}$	حل المعادلة $\cos\theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ و $0° \leq \theta \leq 360°$ هو .. Ⓐ $30°$. Ⓑ $30°$ أو $210°$. Ⓒ $150°$ أو $210°$. Ⓓ لا يوجد لها حل.
إذا كان $\log_4 x \geq 2$ فإن .. Ⓐ $x \geq 2$. Ⓑ $x \geq 4$. Ⓒ $x \geq 8$. Ⓓ $x \geq 16$.	متوسط معدل التغير للدالة $f(x) = x^2$ على الفترة $[1,3]$ يساوي .. Ⓐ -2 . Ⓑ 2 . Ⓒ 4 . Ⓓ 8 .
إذا كان $\log_2 x = 3$ فإن x تساوي .. Ⓐ 2 . Ⓑ 3 . Ⓒ 5 . Ⓓ 8 .	حل المعادلة $2\log_7 x = \log_7 27 + \log_7 3$ يساوي .. Ⓐ $x = 2$. Ⓑ $x = 3$. Ⓒ $x = 6$. Ⓓ $x = 9$.

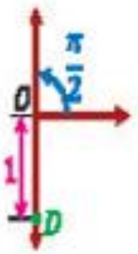
تدريبات رياضيات ٥ و ٦

في المستوى القطبي؛ تمثيل النقطة $(2, 50°)$ هو نفس تمثيل النقطة ..

A $(50, 2°)$ B $(-2, 130°)$

C $(-2, -50°)$ D $(-2, 230°)$

من الشكل المجاور: تمثيل النقطة D يساوي ..



A $\left(-1, \frac{\pi}{2}\right)$ B $\left(1, \frac{\pi}{2}\right)$

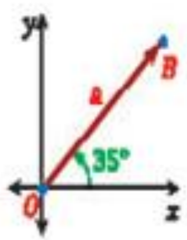
C $(-1, \pi)$ D $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$

إذا كان للنقطة P الإحداثيات الديكارتية $(\sqrt{2}, \sqrt{2})$ فإن الإحداثيات القطبية (r, θ) للنقطة P هي ..

A $(\sqrt{2}, 30°)$ B $(2, 30°)$

C $(\sqrt{2}, 45°)$ D $(2, 45°)$

في الشكل المجاور؛ قياس زاوية الاتجاه الحقيقي للمتجه ..



A $35°$ B $035°$

C $055°$ D $090°$

التمثيل البياني للمعادلة القطبية $\theta = 30°$ عبارة عن ..

A دائرة قطرها 15 B دائرة قطرها 30

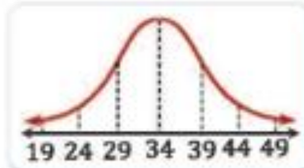
C مستقيم ميله $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D مستقيم ميله $\sqrt{3}$

إذا كان $v = \langle -2, -1, 4 \rangle$, $u = \langle b, -2, 1 \rangle$ فما قيمة b التي تجعل المتجهين u, v متعامدين؟

A -5 B -3

C 3 D 6

تدريبات رياضيات ٥ و٦



من الشكل المجاور؛ إذا كان الوسط
وزيع طبيعي 34 وانحرافه المعياري 5 فإن
حتمال أن تكون قيمة تم اختيارها
شوائيًا أقل من 49 يساوي ..

Ⓐ 68% .
Ⓑ 87% .
Ⓒ 99.5% .
Ⓓ 100% .

القطع المكافئ $(y+1)^2 = -9(x-2)$ مفتوح لـ

Ⓐ الأعلى.
Ⓑ الأسفل.
Ⓒ اليمين.
Ⓓ اليسار.

في القطع المكافئ $y^2 = 40x$ ؛ معادلة الدليل ..

Ⓐ $x = -10$.
Ⓑ $x = 10$.
Ⓒ $y = -10$.
Ⓓ $y = 10$.

في القطع الناقص قيمة الاختلاف المركزي e تنحصر بين 0 و ..

Ⓐ -2 .
Ⓑ -1 .
Ⓒ 1 .
Ⓓ 2 .

القطع الناقص $\frac{(x-5)^2}{12} + \frac{(y-7)^2}{8} = 1$ ؛ معادلة المحور الأكبر ..

Ⓐ $x = -5$.
Ⓑ $x = 5$.
Ⓒ $y = -7$.
Ⓓ $y = 7$.

في القطع الزائد الذي معادلته $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ ؛ طول المحور القاطع .... وحدات.

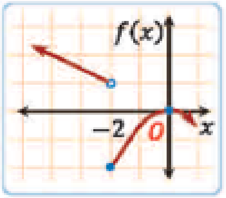
Ⓐ 3
Ⓑ 4
Ⓒ 6
Ⓓ 8

تدريبات رياضيات ٥ و٦

في القطع الزائد $\frac{y^2}{25} - \frac{x^2}{16} = 1$ ؛ معادلة خطي التقارب ..

Ⓐ $y = \pm 5x$.
Ⓑ $y = \pm \frac{5}{4}x$.
Ⓒ $y = \pm \frac{4}{5}x$.
Ⓓ $y = \pm 4x$.

في الشكل المجاور؛ تُقدَّر $\lim_{x \to -2} f(x)$ بـ ..



Ⓐ -2 .
Ⓑ 0 .
Ⓒ 1 .
Ⓓ غير موجودة.

$\lim_{x \to -\infty} (4x^6 + 3x^5 - x)$ تساوي ..

Ⓐ $-\infty$.
Ⓑ 0 .
Ⓒ 2 .
Ⓓ $+\infty$.

$\lim_{x \to \infty} \frac{7x^3 - 2x^2 + 1}{2x^3 + 4x}$ تساوي ..

Ⓐ $-\frac{1}{2}$.
Ⓑ 0 .
Ⓒ $\frac{7}{2}$.
Ⓓ $+\infty$.

$\lim_{x \to 1} \left(\frac{x^2 - 1}{x - 1}\right)$ تساوي ..

Ⓐ -1 .
Ⓑ 0 .
Ⓒ 1 .
Ⓓ 2 .

$\lim_{x \to \infty} \frac{5x^2 - 1}{x^3 + 4}$ تساوي ..

Ⓐ 0 .
Ⓑ $\frac{7}{4}$.
Ⓒ 7 .
Ⓓ $+\infty$.

تدريبات رياضيات ٥ و٦

$\lim_{x \to -\infty} \frac{7x^3+1}{x^2+4x}$ تساوي ..

Ⓐ 7 .
Ⓑ $\frac{7}{4}$.
Ⓒ $-\infty$.
Ⓓ $+\infty$.

إذا كانت $f(x) = x^3 + 7$ فإن $f'(x)$ تساوي ..

Ⓐ x^3 .
Ⓑ $x^3 + 7$.
Ⓒ $3x^2$.
Ⓓ $3x^2 + 7$.

إذا كانت $f(x) = -2x^{-5}$ فإن $f'(x)$ تساوي ..

Ⓐ $-2x^{-4}$.
Ⓑ $-2x^{-6}$.
Ⓒ $-10x^{-6}$.
Ⓓ $10x^{-6}$.

قيمة التكامل المحدد $\int_2^2 x^5 \, dx$ تساوي ..

Ⓐ 0 .
Ⓑ 2 .
Ⓒ 5 .
Ⓓ 7

إذا كانت $f(x) = (x^2-1)(x+1)$ فإن $f'(x)$ تساوي

Ⓐ $2x$.
Ⓑ $2x(x+1)$.
Ⓒ (x^2-1) .
Ⓓ $3x^2 + 2x - 1$.

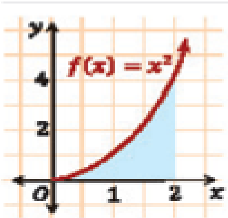
$\int (8x^7 + 6x + 2)\, dx$ يساوي ..

Ⓐ $56x^6 + 6x + C$.
Ⓑ $x^8 + 3x^2 + 2x + C$
Ⓒ $x^8 + 2x + C$.
Ⓓ $x^8 + 3x^2 + C$.

إذا كانت $f(x) = \frac{7}{x+5}$ فإن $f'(x)$ تساوي ..

Ⓐ $\frac{-7}{x+5}$.
Ⓑ $\frac{7}{x+5}$.
Ⓒ $\frac{-7}{(x+5)^2}$.
Ⓓ $\frac{7}{(x+5)^2}$.

في الشكل المجاور، المساحة المحصورة بين منحنى الدالة $f(x) = x^2$ ومحور x في الفترة $[0, 2]$ تساوي .... وحدة مساحة.



A $\frac{1}{3}$
B 2
C $\frac{8}{3}$
D 4